



udp UNIVERSIDAD
DIEGO PORTALES



**UNIVERSIDAD
ALBERTO HURTADO**

**¿QUÉ HACEN LAS EDUCADORAS DE PÁRVULOS PARA
ENSEÑAR MATEMÁTICAS? UN ANÁLISIS DE LAS TAREAS,
ESTRATEGIAS E INTERACCIONES**

LEIDY CATERINE BAUTISTA GALEANO

Tesis para optar el Grado de Doctora en Educación

Directora de tesis: María Francisca del Río

Universidad Diego Portales

Co-directora de tesis: María Inés Susperreguy

Pontificia Universidad Católica de Chile

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN EDUCACIÓN DE LAS UNIVERSIDADES
DIEGO PORTALES Y ALBERTO HURTADO**

Santiago, Chile

2020

**¿QUÉ HACEN LAS EDUCADORAS DE PÁRVULOS PARA ENSEÑAR
MATEMÁTICAS? UN ANÁLISIS DE LAS TAREAS, ESTRATEGIAS E
INTERACCIONES**

Autora: Leidy Caterine Bautista Galeano

Licenciada en Matemáticas

Magíster en Didáctica de las Matemáticas

Directora de tesis: María Francisca del Río

Co-directora de tesis: María Inés Susperreguy

© 2020, Leidy Caterine Bautista

Se autoriza la reproducción total o parcial, con fines académicos, por cualquier medio o procedimiento, incluyendo siempre la cita bibliográfica del presente documento y su autor.



udp UNIVERSIDAD
DIEGO PORTALES



**UNIVERSIDAD
ALBERTO HURTADO**

Informe de aprobación
Tesis doctoral

Con fecha 22/01/2020, la Comisión de Defensa del Doctorado en Educación de las Universidades Diego Portales y Alberto Hurtado, ha resuelto aprobar la tesis doctoral presentada por Leidy Caterine Bautista Galeano, como requisito para optar al Grado de Doctora en Educación.

Directora de tesis:

Dra. María Francisca del Río
Universidad Diego Portales (Chile)

Co-directora de tesis:

Dra. María Inés Susperreguy
Pontificia Universidad Católica de Chile (Chile)

Comisión de defensa:

Dra. María Soledad Montoya
Universidad Alberto Hurtado (Chile)

Dra. Nuria Joglar
Universidad Complutense de Madrid (España)

RESUMEN

Las habilidades matemáticas tempranas juegan un rol importante en el desempeño escolar de niños¹ y jóvenes, así como en el éxito en diferentes áreas de la vida adulta (Clements & Sarama, 2007; French, 2013; Melhuish et al., 2008). En particular, las habilidades matemáticas con que cuentan los niños a nivel de kínder, marcan una gran diferencia en las ganancias de aprendizaje que puedan tener en los niveles subsiguientes y constituyen un fuerte predictor del desempeño académico, -tanto en matemáticas, como en lectura-, a lo largo del tiempo (Bodovski & Farkas, 2007; Duncan et al, 2007; Libertus, Feigenson & Halberda, 2011).

No obstante, pese a la importancia a nivel declarativo que los gobiernos e instituciones educativas han dado al aprendizaje de las matemáticas, en Chile aún no se cuenta con la alfabetización matemática necesaria para hacer frente a los desafíos de la sociedad moderna (OCDE, 2010; OCDE, 2013). Esto quiere decir que el sistema educativo del país aún enfrenta un desafío en términos de crear condiciones de base igualitarias para estos aprendizajes, determinantes para la participación ciudadana en la sociedad actual (Agencia de Calidad de la Educación, 2015; Huidobro, 2007; OCDE, 2013). De esta manera y, con el fin de mejorar las competencias matemáticas de los ciudadanos, así como de garantizar una sociedad más equitativa, el país requiere invertir en el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños desde el nivel parvulario (Centro de Estudios del MINEDUC, 2014).

Con todo, en Chile son pocos los estudios realizados en torno a la enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario. Urge llenar este vacío para poder entregar al sistema educativo, información que permita el diseño de políticas instruccionales dirigidas al desarrollo de habilidades matemáticas tempranas, que impacten en la capacidad de los niños para comunicar y aprender ideas matemáticas desde los niveles iniciales. En consecuencia, el objetivo de esta investigación doctoral consistió en caracterizar las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el nivel de parvulario de las educadoras de la zona urbana del gran Santiago, mediante el estudio de las tareas, estrategias e interacciones que se despliegan en los momentos de instrucción matemática. Igualmente se buscó determinar los factores que se relacionan con el ejercicio de unas u otras prácticas y, a su vez, determinar el impacto que éstas tienen sobre el aprendizaje de los

¹ En este documento se utilizará la palabra niños para referirse a niños y niñas.

niños. Adicionalmente se buscó identificar ejemplos de buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas iniciales, de manera tal de contar con orientaciones sobre cómo se llevan a cabo los procesos que favorecen el aprendizaje en las salas chilenas. Para ello, se propuso una investigación exploratoria, descriptiva (Hernández, Fernández & Baptista, 2014), correlacional, no experimental, con un enfoque de métodos mixtos (Creswell, 2014), contemplando dos fases. La primera fase, de naturaleza cuantitativa, se orientó a obtener un panorama general acerca del fenómeno estudiado, en términos de las características de las prácticas de enseñanza de las matemáticas de las educadoras de párvulos, los factores asociados a ellas, así como su efecto en el aprendizaje de los niños. De aquí se encontró que, aunque es posible afirmar que el trabajo matemático en educación inicial se enfoca en un eje de gran importancia como son los números, persiste el importante desafío de desarrollar tareas con significado que ayuden a interpretar la función y contextos de uso del número, y no solo en el aprendizaje de la grafía o código. En relación a las estrategias, se observó una mayor presencia de aquellas clasificadas como centradas en el profesor, donde las tareas matemáticas se desarrollan principalmente mediante el uso de guías de ejercicios y a través de intercambios privados con énfasis en preguntas cerradas. Por su parte, las estrategias centradas en el niño y que están en mayor coherencia con las recomendaciones pedagógicas de las B CEP para esta etapa, son empleadas en una proporción menor. De esta manera, en las grabaciones de la muestra se encontró que analizando variables asociadas a núcleos pedagógicos y con foco curricular, como las tareas y estrategias, y variables de tipo funcional como las interacciones, en la educación parvularia existen importantes desafíos para promover ambientes instruccionalmente activos, especialmente en matemáticas.

Por otra parte, al analizar las características docentes que pueden relacionarse con las prácticas efectuadas, los hallazgos del estudio indican que en promedio las educadoras de la muestra manifiestan altas expectativas académicas respecto de las características necesarias para el ingreso a primero básico, las cuales se encuentran alineadas con los objetivos esperados propuestos por la B CEP para el fin de la educación parvularia. Es así como se pudo observar que a nivel declarativo las educadoras consideran al niño como un sujeto activo capaz de desarrollar procesos de pensamiento complejo, asociados específicamente a las matemáticas. No obstante, también se encontró que a pesar de tener altas expectativas, manifiestan estar nerviosas a moderadamente nerviosas al momento de enfrentar situaciones matemáticas. Estos resultados coinciden con los de otras

investigaciones (nacionales e internacionales), donde se encuentra que aunque las educadoras reconocen la importancia de las matemáticas, cuentan con cierto temor hacia ellas proveniente de su propia historia escolar. Por otra parte y con el fin de determinar si lo que realizan las educadoras en la sala se relaciona con los resultados de aprendizaje de los niños, se llevó a cabo un análisis multinivel que mostró un efecto no nulo del factor sala sobre el rendimiento de los niños, el cual logra explicar una proporción pequeña (9.5%) pero significativa ($p=.05$) de las diferencias entre los puntajes de los niños. Con base en este resultado, que permitió atribuir las diferencias existentes, a la sala en que se encuentra el niño (por consiguiente a la educadora), se exploró de forma particular si la complejidad de las tareas (básicas/avanzadas) tenía incidencia en el puntaje de los niños. De este análisis se desprendió que después de controlar por la proporción de tiempo invertido en las tareas básicas que proponen las educadoras, las salas no difieren en los puntajes obtenidos en la prueba. No obstante, las tareas avanzadas tienen un efecto positivo, moderado y significativo, sobre el puntaje obtenido por los niños, lo cual implicaría que una mayor proporción de tiempo invertido en tareas avanzadas estaría asociado con mayores puntajes en el test de problemas aplicados Woodcock-Muñoz. Sin embargo, con el fin de explorar el nivel moderador de variables a nivel del niño, como el nivel socioeconómico, se encontró que no hay un efecto significativo de las tareas avanzadas sobre el puntaje de los niños, una vez se controla por NSE. Tampoco se encontró que haya una relación entre las tareas avanzadas y las puntuaciones de los niños en las pruebas a medida que varía el NSE de los niños. Con todo, los resultados encontrados respecto al efecto de las tareas avanzadas son coincidentes con otras investigaciones (Nguyen et al, 2016) que han encontrado que tareas avanzadas tienen un fuerte efecto en los resultados de aprendizaje de los niños, incluso hasta el quinto grado. La segunda fase de esta investigación, de naturaleza cualitativa, se orientó a identificar buenas prácticas de las educadoras de párvulos en la enseñanza de las matemáticas en prekínder. Los resultados de los análisis mostraron que los procesos de estudio analizados, no responden a los criterios establecidos de buenas prácticas, debido a la limitada actividad matemática del niño, la escasez de desafíos y la sobre-simplificación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Una ilustración de este hecho se vio en el desarrollo del eje números, donde se pudo apreciar que la enseñanza de este eje se da principalmente mediante el abordaje de dos tipos de tareas: comparación de colecciones y producción de colecciones equipotentes, enmarcadas en un contexto de uso del número

social, convencional y bajo una única técnica institucional como lo es el conteo. Esto develó un fenómeno didáctico que otros autores han denominado como, la evitación de la magnitud discreta, evidenciada por una introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida, y de los códigos y palabras culturales usados como formas de representación (García & Sierra, 2015). De esta manera, se pudo apreciar que se adopta una visión aplicacionista (Barquero, Bosch & Gascón, 2014), caracterizada por actividades que buscan la aplicación de técnicas de conteo basada en objetos matemáticos ya aprendidos como lo son los numerales. Así, estos resultados indicaron que las técnicas son aprendidas de manera mecánica y no como producto de la exploración de un campo de problemas que le da sentido y razón de ser.

Por otra parte, en cuanto a las tareas y técnicas didácticas, se pudo encontrar que la educadora de párvulos es la directora y protagonista de los procesos de estudio en torno a la OM número natural, donde la actividad matemática se caracteriza por tener un enfoque en el trabajo de la técnica con una mínima participación del niño. Así, se observó la prevalencia de un modelo docente tecnicista, que concibe la enseñanza como algo mecánico, completamente controlado por el profesor, donde aprender y enseñar técnicas es el fin último del proceso didáctico (Gascón, 2001).

En conclusión, tal y como señalaron los resultados, la enseñanza de las matemáticas en prekínder se puede caracterizar como la apropiación privada de tareas básicas con una alta dirección de la educadora, lo cual puede estar limitando la actividad matemática de los niños y llevarlos a vivir desde temprana edad, prácticas situadas en un enfoque tradicional que no posibilitan el desarrollo del pensamiento matemático. Poder describir el modelo de enseñanza en este nivel permite a su vez marcar posibles caminos a seguir, con el fin de generar acciones que impacten en las prácticas de las educadoras. El resultado moderado pero significativo de la influencia de tareas avanzadas en los aprendizajes de los niños, señala una línea de estudio a profundizar a partir del cual pueden surgir aportes tanto para las educadoras en ejercicio como en formación. De esta manera, la formación matemático-didáctica de las educadoras de párvulos puede empezar a discutir sobre las tareas que son apropiadas para determinado contenido y así empezar a alinearse con la evidencia existente sobre las tareas pertinentes para las competencias matemáticas a desarrollar desde el nivel inicial. De igual forma, se hace necesario discutir sobre las estrategias e interacciones que promuevan el pensamiento complejo y que sean apropiadas tanto para abordaje de las experiencias matemáticas como para la edad de los

niños en etapa parvularia, con el fin de evitar reproducir prácticas escolares que, como reportaron los resultados de este estudio, ya están haciendo parte de estos ambientes.

Adicionalmente, teniendo en cuenta lo reportado por esta tesis sobre la influencia de las expectativas académicas en las prácticas de las educadoras, es importante desde los programas de formación inicial tomar en cuenta estos factores, con el fin de develar de manera temprana creencias de las educadoras en formación, que como se pudo notar, guardan relación con aquello que realizan en la sala. Aunque no se encontraron relaciones entre la ansiedad matemática y las prácticas, se considera necesario seguir profundizando en este aspecto, con el objetivo de determinar cómo afecta este factor en el diseño y gestión de la enseñanza y por consiguiente en las oportunidades de aprendizaje matemático de los niños.

Finalmente, teniendo en cuenta que vivimos en una sociedad que requiere cada vez más del uso de competencias matemáticas, esta tesis pone de manifiesto la importancia de discutir sobre las matemáticas tempranas y la necesidad de matematizar las experiencias del día a día de los niños, con prácticas que representen desafíos y contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático desde temprana edad.

A *MyL* por ser el sol de los días grises y el motor que impulsó este viaje

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar agradezco a mi hermosa familia, especialmente a Michael que fue el apoyo incondicional a lo largo de este proceso y a mi amado Lorenzo quien llegó a darme el último impulso para culminar este camino. Agradezco también a mi madre quien desde la distancia y pese a su estado me animó en todo momento a seguir adelante, y a mi suegra por cuidarnos con tanto amor durante el último tiempo para que pudiera escribir.

En segundo lugar agradezco a mi tutora Francisca del Río, por confiar en mi y aceptarme como su tutelada y abrirme las puertas para la realización de esta investigación. Por tener siempre altas expectativas, por compartir sus conocimientos, por su entrega en la lectura de todos y cada una de los escritos. Por su preocupación y apoyo constante, por tener siempre las palabras adecuadas, por escuchar y ser tan especial en los momentos más difíciles de este proceso y en definitiva por ser una gran tutora y sobre todo un gran ser humano. También agradezco a María Inés Susperreguy mi cotutora de tesis, por permitirme vincularme a su proyecto, facilitarme el acceso a los datos y trabajar hombro a hombro en los análisis cuantitativos, enseñándome la rigurosidad de la academia. Agradezco a Soledad Montoya, por ser mi revisora, por sus comentarios, por su confianza y por abrirme las puertas hacia la pasantía en España. Agradezco a Nuria Joglar por su calurosa acogida en España, por aceptar leer este trabajo y ser parte de mi comisión.

Quiero agradecer a todos los directivos y administrativos del programa de Doctorado en Educación de las universidades Diego Portales y Alberto Hurtado, por darme la oportunidad de ser parte de este programa y por apoyarme con los recursos necesarios para llegar al final del trayecto. Agradezco a María Teresa Rojas quien acompañó gran parte del proceso y estuvo al tanto de mis avances académicos. Agradezco a Sebastián Howard quien hizo posible las gestiones necesarias para poder continuar con las motivaciones iniciales de investigación. Agradezco a Renato Gazmuri quien asumió como director del doctorado en la fase final de este proceso y estuvo pendiente de que todo resultara bien. De igual manera, agradezco a CONICYT por el apoyo financiero a través de la beca Doctorado Nacional 2015.

Finalmente agradezco a las compañeras y compañeros del doctorado quienes escucharon mis ideas y con quienes compartí variados momentos que hicieron parte de toda esta trayectoria.

Leidy Caterine Bautista Galeano

TABLA DE CONTENIDO

I.	INTRODUCCIÓN	1
I.1.	Planteamiento del problema.	1
I.3.	Objetivos de la investigación.....	6
I.3.1.	Objetivo general.....	6
I.3.2.	Objetivos específicos.....	6
II.	MARCO CONCEPTUAL.....	7
II.1.	Las matemáticas y su enseñanza en educación parvularia.....	7
II.1.1	Las habilidades matemáticas tempranas	7
II.1.2.	La enseñanza de las matemáticas en educación parvularia.	10
II.1.3.	El currículo de educación parvularia en Chile.....	11
II.1.4.	Síntesis y claves para el problema de estudio.....	14
II.2.	Las prácticas docentes	15
II.2.1.	La práctica docente desde una dimensión didáctica.....	18
II.2.2.	El análisis de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario	22
II.2.2.1.	El concepto de tarea matemática.....	22
II.2.2.2.	Las estrategias de enseñanza.	27
II.2.2.3.	Las interacciones pedagógicas de calidad.	35
II.2.3.	Síntesis y claves para el problema de estudio.....	37
II.3.	Factores asociado al ejercicio de las prácticas docentes.	38
II.3.1	Expectativas académicas.....	38
II.3.2.	Ansiedad matemática	39
II.3.3.	Síntesis y claves para el problema de estudio.....	41
II.4.	Hacia la idea de buena práctica.....	41
II.4.1.	Caracterización de buenas prácticas	42
II.4.2.	Síntesis y claves para el problema de estudio.....	46
II.5.	Síntesis de aportes del marco teórico al problema de investigación	46
III.	MARCO METODOLÓGICO.....	48
III.1	Diseño metodológico.....	48
III.2.	Fase cuantitativa	49
III.2.1.	Participantes	49
III.2.2.	Procedimientos	49
III.2.3.	Instrumentos	49
III.2.4.	Plan de análisis	56
III.3.	Fase cualitativa	56
III.3.1.	Participantes	56
III.3.2.	Procedimientos	57
III.3.4.	Plan de análisis	61
IV.	RESULTADOS	62
IV.1.	Resultados fase cuantitativa.....	62

IV.1.1. Las tareas matemáticas en Prekínder	63
IV.1.1.1 Distribución del tiempo en tareas matemáticas en Prekínder	64
IV.1.1.2 Distribución del tiempo de tareas según el nivel de complejidad	70
IV.1.2. Las estrategias didácticas en prekínder	71
IV.1.2.1. Organización social de la clase	72
IV.1.2.2. Recursos	73
IV.1.2.3. Uso de preguntas.....	74
IV.1.2.4. Intercambios	75
IV.1.2.5. Caracterización de las estrategias didácticas	76
IV.1.3. Síntesis de resultados sobre tareas y estrategias	78
IV.1.4. La calidad de las interacciones.....	82
IV.1.5. Síntesis de resultados de la calidad de las interacciones	89
IV.1.6. Relación entre expectativas académicas y ansiedad matemática con las prácticas de las educadoras	90
IV.1.7. Síntesis de resultados expectativas académicas, ansiedad matemática y prácticas de las educadoras	95
IV.1.8. Relación entre las prácticas de las educadoras y los aprendizajes de los niños	96
IV.1.9. Síntesis de resultados sobre la relación entre las prácticas de las educadoras y los resultados de aprendizaje de los niños.	101
IV.2. Resultados fase cualitativa.....	102
IV.2.1. La descripción de buenas prácticas de la enseñanza de las matemáticas en la educación parvularia.....	103
IV.2.2. La organización matemática en torno al número natural	105
IV.2.2.1. La noción de número natural desde el punto de vista curricular	105
IV.2.2.2. La noción de número natural desde los libros de texto	107
IV.2.3. La organización didáctica en torno al número natural	111
IV.2.3.1. El proceso de estudio de la OM de número natural.....	111
IV.2.3.2. La praxis didáctica de las educadoras de párvulos	116
IV.2.4. Síntesis de los resultados obtenidos	120
V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES	122
V.1. La enseñanza de las matemáticas en el nivel inicial: una visión de la praxis... ..	123
V.2. Expectativas académicas y ansiedad matemática: su relación con las prácticas de las educadoras	125
V.3. Las prácticas de las educadoras y el aprendizaje matemático de los niños	127
V.4. Las buenas prácticas de las educadoras de párvulos	129
V.5. Limitaciones.....	131
V.6. Conclusiones finales y recomendaciones para la política educativa.....	131
VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	133
VII. ANEXOS.....	150
Anexo 1: resultados cuestionario de expectativas académicas	150
Anexo 2: resultados cuestionario de ansiedad matemática	151
Anexo 3: pauta de observación de clases	152

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	Contenidos curriculares	12
Tabla 2	Orientaciones pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas	13
Tabla 3	Momentos didácticos de un proceso de estudio	19
Tabla 4	Tipos de estrategias de enseñanza de las matemáticas	30
Tabla 5	Categorías de análisis de las estrategias de enseñanza	33
Tabla 6	Caracterización de buenas prácticas.....	45
Tabla 7	Ejes matemáticos en la educación parvularia para la identificación de tipos de tareas	51
Tabla 8	Clasificación de Tareas Matemáticas según su Objetivo y Ejemplos de sus Indicadores	52
Tabla 9	Clasificación de estrategias e indicadores	53
Tabla 10	Categoría sin actividad instruccional para la codificación de la clase.....	54
Tabla 11	Análisis de OM a enseñar	58
Tabla 12	Instrumento de análisis del proceso de estudio I.....	59
Tabla 13	Instrumento de análisis del proceso de estudio II	60
Tabla 14	Instrumento de análisis de buenas prácticas	60
Tabla 15	Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de tipos de tareas matemáticas	63
Tabla 16	Correlaciones entre tipos de tareas observadas en las 31 grabaciones de clases	67
Tabla 17	Correlaciones entre ejes temáticos de tareas	69
Tabla 18	Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de tipos de organización social de la clase	72
Tabla 19	Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de tipos de recursos ..	73
Tabla 20	Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de uso de preguntas ..	74
Tabla 21	Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de intercambios	75
Tabla 22	Correlaciones entre estrategias usadas en las 31 grabaciones	80
Tabla 23	Puntajes de la calidad de las interacciones en el dominio apoyo pedagógico ..	82
Tabla 24	Promedio de resultados de expectativas académicas y ansiedad matemática ..	91
Tabla 25	Correlaciones entre expectativas académicas y ansiedad matemáticas con las tareas, estrategias e interacciones.....	94
Tabla 26	96
Tabla 27	Estimación de parámetros de efectos fijos.....	98
Tabla 28	Estimación de los parámetros de covarianza	98
Tabla 29	Tareas y técnicas didácticas en el procesos de estudio de la OM del número natural	117

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 Dimensiones de la práctica docente.....	17
Figura 2 Análisis didáctico de las prácticas docentes desde la TAD	21
Figura 3 Conceptualización de la tarea dentro de la clase de matemáticas.....	24
Figura 4 Introducción del número natural como expresión cultural.....	108
Figura 5 El número natural como cardinal	109
Figura 6 Problemas de designación, comparación y producción de colecciones	110

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Proporción del tiempo invertido por tipo de tarea	65
Gráfico 2 Distribución de tareas básicas y avanzadas al interior de los ejes temáticos ..	71

I. INTRODUCCIÓN

I.1. Planteamiento del problema.

Las habilidades matemáticas tempranas juegan un rol importante en el desempeño escolar de niños² y jóvenes, así como en el éxito en diferentes áreas de la vida adulta (Clements & Sarama, 2007; French, 2013; Melhuish et al, 2008). En particular, las experiencias matemáticas que los niños reciben durante la Educación Parvularia tienen consecuencias a largo plazo y marcan diferencias importantes tanto en los aprendizajes, como en el rendimiento académico futuro (Duncan et al, 2007; Libertus, Feigenson & Halberda, 2011; Magargee & Beauford, 2016). De esta manera, las habilidades matemáticas relacionadas con el razonamiento cuantitativo, lógico y espacial que adquieren los niños antes de ingresar a la escuela, constituyen una base cognitiva para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje posterior (Clements & Sarama, 2011). Así, diversos estudios señalan que, a la edad de 5 años, los niños que no cuentan con habilidades matemáticas fundacionales no logran construir conocimiento matemático al mismo ritmo de sus pares, lo que se expresa en brechas en el rendimiento matemático que no solo se conservan, sino que además se amplían a lo largo de la escolaridad (Garon-Carrier et al., 2018; Jordan et al., 2009).

Sin embargo, pese a la importancia a nivel declarativo que los gobiernos e instituciones educativas han dado al aprendizaje de las matemáticas, en Chile aún no se cuenta con la alfabetización matemática³ necesaria para hacer frente a los desafíos de la sociedad moderna (OCDE, 2010; OCDE, 2014). En efecto, el estudio Internacional de Alfabetización Adulta (IALS) y los recientes resultados de la Evaluación Internacional de las Competencias de Adultos (PIAAC), mostraron que más de la mitad de la población adulta chilena solo puede completar tareas básicas que involucran procedimientos matemáticos sencillos (Bravo & Contreras, 2001; Centro de Estudios MINEDUC, 2016). Adicionalmente, los resultados en pruebas nacionales e internacionales relacionadas con los niveles de desempeño en matemáticas, muestran que los estudiantes chilenos necesitan mejorar con el fin de lograr los niveles esperados (Agencia de la Calidad, 2014;

² En este escrito se utilizará la palabra niños para referirse tanto a niños como a niñas.

³ PISA define la alfabetización matemática como “la capacidad para identificar y comprender el papel que juegan las matemáticas en el mundo, plantear juicios matemáticos bien fundamentados e involucrarse en las matemáticas, según lo requiera una persona en su vida actual y futura como un ciudadano constructivo, preocupado, reflexivo” (OCDE, 2000).

OCDE, 2014). Específicamente, más de la mitad de los estudiantes chilenos se encuentra en un nivel de desempeño basal en los resultados de las pruebas PISA de matemáticas en las últimas tres mediciones (OCDE, 2014). Esto significa que la mayoría de los estudiantes solo puede aplicar procedimientos rutinarios y razonamientos básicos para abordar tareas matemáticas y solo entre el 1% y 2% cuenta con las herramientas y conocimientos necesarios para participar completamente en la sociedad moderna (OCDE, 2014). De manera similar, los resultados de las pruebas TIMSS (Estudio de Tendencias Internacionales en Matemáticas y Ciencias) cuyo objetivo es medir tendencias en rendimiento escolar en matemáticas y ciencias en cuarto y octavo grado, muestran que los alumnos chilenos aún se encuentran muy por debajo del promedio internacional de resultados (Agencia de la Calidad de la Educación, 2013).

En cuanto a las evaluaciones nacionales sobre el aprendizaje en matemáticas, pese a que ha habido una mejora en los puntajes obtenidos en cuarto básico y en segundo medio, aún se presentan brechas de más 70 puntos en los resultados cuando se comparan por nivel socioeconómico, siendo los estudiantes de los niveles socioeconómicos más bajos los que peores resultados reportan (Agencia de Calidad de la Educación, 2013). Esto quiere decir que el sistema educativo del país aún enfrenta un desafío en términos de crear condiciones de base igualitarias, determinantes para la participación ciudadana en la sociedad actual (Agencia de Calidad de la Educación, 2015; Huidobro, 2007; OCDE, 2014). De esta manera y con el fin de mejorar las competencias matemáticas de los ciudadanos, así como de garantizar una sociedad más equitativa, el país requiere invertir en el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños desde el nivel parvulario (Centro de Estudios del MINEDUC, 2014). Esta última afirmación se basa en dos importantes evidencias. En primer lugar, porque desde el parvulario se encuentran indicios de las brechas entre alumnos de NSE bajos y altos. En efecto, se ha establecido que al ingreso del kindergarten los niños que no cuentan con las habilidades matemáticas fundacionales (en general pertenecientes a NSE bajo), no construyen conocimiento matemático al mismo ritmo que sus contrapartes (de NSE alto), lo cual lleva a que las brechas de rendimiento en matemáticas se amplíen a lo largo de la escolaridad (Bodovsky & Farkas, 2007). En segundo lugar, porque los niños que asisten a la educación parvularia presentan mejor rendimiento en pruebas de desempeño matemático que aquellos que no asisten. Al respecto, en las pruebas PISA 2012, los alumnos que manifestaron haber asistido a un centro de educación parvularia durante más de un año, obtuvieron 53 puntos más en

matemáticas —más de un año de escolarización— que los estudiantes que no habían tenido una educación parvularia (OCDE, 2014). De esta forma, resulta esencial llevar a cabo intervenciones antes de ingresar al sistema escolar formal, no solo para lograr un impacto en el desempeño matemático de los niños, sino con el fin de anticipar y disminuir las brechas de logro que prevalecen en el sistema educativo del país (Huidobro, 2007).

Abordar la enseñanza de las matemáticas desde los niveles iniciales no solo es beneficioso, sino también posible. La evidencia internacional muestra que mucho antes de ingresar a la escuela los niños cuentan con competencias matemáticas informales (Baroody, 2000), que les permiten realizar tareas cuantitativas desde muy temprana edad (Wynn, 2000; Izard et al, 2009). Así, las diferencias en las experiencias matemáticas que los niños reciben en los primeros años, tienen consecuencias a largo plazo en el rendimiento académico (Duncan et al, 2007; Libertus, Feigenson & Halberda, 2011). De hecho, en las interacciones con su entorno los niños realizan una intensa actividad matemática que trasciende a la memorización, las habilidades mecánicas y el pensamiento concreto (Ginsburg & Ertle, 2008). De esta forma, los aspectos intuitivos de muchos conceptos matemáticos se desarrollan en este período (Mazzoco, Feigenson & Halberda, 2011) y por consiguiente resulta crítico que la instrucción e intervención adecuadas se den mucho antes que las intuiciones matemáticas de los niños se transformen en concepciones arraigadas difíciles de modificar (Tsamir et al, 2014).

No obstante, pese a que los antecedentes expuestos muestran la importancia de las experiencias matemáticas tempranas, son escasos los estudios en Chile que relacionen las matemáticas y las prácticas pedagógicas de la educación parvularia. Los estudios existentes se han enfocado en los conocimientos docentes, poniendo de manifiesto que las educadoras de párvulos no cuentan con los conocimientos suficientes para la enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario (Friz et al., 2009; Goldrine et al., 2015). Al respecto, resultados en la prueba INICIA muestran que las estudiantes de las carreras de Educación de Párvulos al egreso de su formación dominan alrededor de un 50% de los conocimientos necesarios para la enseñanza (MINEDUC, 2012, 2011, 2010). No solo cuentan con escasos conocimientos disciplinares, sino que además cuentan con bajos conocimientos didácticos que les permitan intencionar y orientar adecuadamente sus prácticas (Ormeño, Rodríguez & Bustos, 2013). Adicionalmente, las educadoras perciben que no cuentan con los referentes necesarios para llevar a cabo la enseñanza. Específicamente, consideran que las orientaciones metodológicas y los contenidos

propuestos en el núcleo de matemáticas, en las Bases Curriculares para la Educación Parvularia (BCEP), son insuficientes para organizar la enseñanza de las matemáticas (Friz et al, 2009).

De acuerdo con la evidencia anteriormente descrita —cuyo énfasis está en los conocimientos necesarios para la enseñanza— es posible suponer un problema en la forma en que las educadoras enfocan sus prácticas de enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario. No obstante, existen otros factores tales como las expectativas académicas y la actitud hacia las matemáticas que influyen en las tareas, estrategias e interacciones que despliegan a la hora de enseñar. En efecto, investigaciones realizadas en el nivel de básica en Estados Unidos, han encontrado que los docentes interactúan de manera distinta con los estudiantes hacia los que tienen altas o bajas expectativas académicas (i.e. felicitando a los alumnos para los que tienen altas expectativas, interactuando menos con los que tienen bajas expectativas) (Good, 1987). Adicionalmente, se ha evidenciado que la actitud hacia las matemáticas manifestada como ansiedad, tiene incidencia en la forma en que los docentes organizan el grupo para la enseñanza y las interacciones que establecen con los estudiantes (i.e. docentes más ansiosos invierten mayor tiempo en instrucción completa de la clase y realizan preguntas con menos frecuencia) (Bush, 1989). Aunque, en Chile es poca la investigación que analiza estos aspectos en el nivel parvulario, estudios nacionales han encontrado que las educadoras reconocen la importancia de las matemáticas, pero consideran que su enseñanza es necesaria en la etapa de la transición al colegio y no antes. Además cuentan con un temor generalizado hacia las matemáticas proveniente de su propia historia escolar (Ormeño, Rodríguez & Bustos, 2013).

Con todo, la escasa evidencia existente en Chile hasta el momento, no permite tener un panorama actualizado de la situación de las matemáticas preescolares, especialmente en lo que se refiere a las tareas, estrategias e interacciones que se realizan en los momentos de instrucción matemática y los factores que se relacionan con sus prácticas. Esto invita a preguntarse sobre qué hacen y cómo hacen las educadoras de párvulos para promover el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños. Si bien existen indicios a nivel internacional sobre las características de las prácticas matemáticas en el nivel inicial, en Chile son pocos los estudios realizados en torno a la instrucción matemática en este nivel educacional. Urge llenar este vacío para poder entregar al sistema educativo información que permita el diseño de políticas instruccionales dirigidas al desarrollo de habilidades

matemáticas tempranas que impacten en el desarrollo de competencias matemáticas desde los niveles iniciales.

En consecuencia, la presente investigación se orientó a determinar qué hacen las educadoras de prekínder de la zona urbana del gran Santiago para enseñar matemáticas, mediante el estudio de las tareas, estrategias e interacciones que se despliegan en los momentos de instrucción matemática, con especial foco en prácticas que podrían constituir buenos ejemplos para la comunidad educativa. Adicionalmente, se buscó determinar los factores que se asocian con el ejercicio de unas u otras prácticas y determinar el impacto que éstas tienen sobre el aprendizaje de los niños. Para ello, se propuso una investigación exploratoria, descriptiva (Hernández, Fernández y Baptista, 2014), correlacional, no experimental. El diseño de investigación utilizó un enfoque de métodos mixtos (Creswell, 2014), contemplando dos fases. La primera fase, de naturaleza cuantitativa, se orientó a obtener un panorama general acerca del fenómeno estudiado, caracterizando las prácticas de enseñanza de las matemáticas de las educadoras de párvulos, los factores asociados a ellas, así como su efecto en el aprendizaje de los niños. Asimismo, la primera fase entregó insumos para la selección de casos para la siguiente etapa (Bryman, 2006). La segunda fase, de naturaleza cualitativa, se orientó a identificar buenas prácticas de las educadoras de párvulos, con énfasis en la profundización y el conocimiento más que en la generalización de los resultados, mediante el análisis de episodios de clase en relación a la enseñanza del número natural.

A continuación se describen las preguntas que orientaron la presente investigación y a partir de las cuales se plantearon los objetivos:

- ¿Qué tareas y estrategias implementan las educadoras para la enseñanza de las matemáticas en educación parvularia?
- ¿Cómo es la calidad de las interacciones a nivel pedagógico?
- ¿Cómo se relacionan las expectativas académicas y la ansiedad matemática de las educadoras de párvulos con sus prácticas de aula?
- ¿Existe algún grado de relación entre las prácticas de las educadoras de párvulos y el nivel de conocimiento matemático de los niños y niñas?
- ¿Cómo son las buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas en educación parvularia?

I.3. Objetivos de la investigación.

La pregunta de investigación propuesta se operacionaliza en los siguientes objetivos

I.3.1. Objetivo general.

Caracterizar las prácticas (tareas, estrategias e interacciones) de enseñanza de las matemáticas de las educadoras, su relación con expectativas y actitudes y con el aprendizaje de los niños/as.

I.3.2. Objetivos específicos.

1. Identificar las tareas y estrategias que seleccionan las educadoras de párvulos para la enseñanza de las matemáticas en el nivel de parvulario.
2. Describir las interacciones que promueven las educadoras de párvulos al enseñar matemática.
3. Determinar el nivel de relación entre las expectativas, ansiedad matemática y las prácticas de las educadoras de párvulos.
4. Determinar el nivel de relación entre las prácticas de las educadoras y el conocimiento matemático de los niños.
5. Describir buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas de las educadoras de párvulos.

II. MARCO CONCEPTUAL

II.1. Las matemáticas y su enseñanza en educación parvularia

II.1.1 Las habilidades matemáticas tempranas

Los hallazgos internacionales reportan el hecho de que los niños desde temprana edad cuentan con un pensamiento matemático informal (Gil & Vincent, 2009; Wynn, 2000). Esto significa que mucho antes de recibir instrucción formal, los niños se involucran libremente en actividades matemáticas, desarrollando conceptos matemáticos básicos, estrategias y habilidades, que les permiten sortear las experiencias cuantitativas del día a día (Balfanz, Ginsburg & Greenes, 2003). Este conocimiento intuitivo e informal de conceptos matemáticos juega un rol importante en la adquisición de habilidades más complejas (Baroody & Dowker, 2003) y constituyen un fuerte predictor del éxito en el aprendizaje de las matemáticas a lo largo de la escolaridad (Vanmarle et al, 2014; Lasky & Siegler, 2007).

Al respecto, se han identificado diferentes habilidades tempranas que contribuyen al aprendizaje de las matemáticas. Estas se desarrollarán a continuación.

Se ha evidenciado que las habilidades de conteo, discriminación de cantidades y reconocimiento de números se relacionan positivamente con el nivel y ritmo de aprendizaje durante el inicio de la escolarización formal (Cerde et al, 2011). Así, es relevante que los niños adquieran tempranamente habilidades de sentido numérico (*number sense*), que involucra cuatro aspectos: *subitización* y estimación (Mazzocco, Feigenson & Halberda, 2011); la comprensión de los numerales y el sistema notacional (Cañellas & Rassetto, 2013; Guiot, 2013); la comprensión del significado de las palabras número de la lista de conteo (cantidad, orden) (Lipton & Spelke, 2005) y la comprensión de la magnitud y las relaciones numéricas, asociadas con el reconocimiento de la linealidad de los números⁴ (Lasky & Siegler, 2007).

Adicionalmente, se reconoce la importancia para la comprensión del número, del dominio de las operaciones lógicas piagetianas tales como la conservación, transitividad y seriación, para la comprensión del número. No obstante, pese a que tanto el dominio de las operaciones lógicas como de las habilidades de conteo, contribuyen de forma significativa al desarrollo del pensamiento matemático, el entrenamiento en conteo

⁴ La linealidad de los números tiene que ver con que cada número es exactamente uno menos que el número que va después de él y uno más que el número que está antes de él, no importa cuán grande es el número (Dyson et al, 2015).

produce un efecto mayor en la comprensión del número, que el entrenamiento en seriación y clasificación (Cerda et al, 2011).

Además de las nociones de cardinalidad, los niños desde edad temprana, muestran la emergencia de un *pensamiento prealgebraico*⁵, debido a su capacidad de abstracción y generalización de ideas matemáticas (Papic, Mulligan & Mitchelmore, 2011; Warren & Miller, 2012). Antes de ingresar al kínder, los niños cuentan con una habilidad de reconocer patrones de forma espontánea (*patterning*), predominantemente de carácter local más que estructural. Esto significa que pueden reconocer y repetir, por ejemplo, el patrón ABAB, como una canción donde primero está la letra A, luego la B y así sucesivamente (nivel local), en lugar de reconocer la estructura AB como una sola unidad que se repite tantas veces como posiciones se soliciten para construir el patrón (nivel estructural). No obstante, es justamente la conciencia de la estructura de los patrones, lo que permite el desarrollo del pensamiento prealgebraico. En este sentido, el concepto de unidad de repetición (*unit of repeat*) —que subyace a las tareas que con frecuencia realizan los niños sobre reproducir patrones, encontrar regularidades y realizar generalizaciones— se encuentra asociado a nociones más complejas relacionadas con el álgebra y el razonamiento multiplicativo que se abordan en la escuela básica (Papic & Mulligan, 2011). De esta forma, se considera que el desarrollo de una conciencia intuitiva de los conceptos de patrones y relaciones estructurales, es un elemento crítico para el aprendizaje de las matemáticas en grados posteriores.

Otras de las habilidades tempranas relevantes es el aprendizaje de las formas que resulta fundamental para el pensamiento geométrico posterior. Al respecto, se ha establecido que la comprensión de una forma se da en la medida que el niño se distancia de una apreciación perceptual de las figuras (la posición en el espacio, tamaño, etc.), hacia una apreciación conceptual (número de vértices, número de lados, etc.) (Fisher et al, 2013). Por otra parte, en cuanto a la medición y longitud, se ha encontrado que los niños pueden identificar la longitud como una medida continua, al menos intuitivamente (Szilágyi, Clements & Sarama, 2013), para lo cual se requiere principalmente el dominio de dos aspectos: la comprensión de los atributos medibles (longitud, ancho) y la aplicación de técnicas apropiadas de medición (unidades, herramientas, unidad de repetición e iteración, referentes comunes, etc.) (Kotsopoulos et al, 2015).

⁵ El pensamiento prealgebraico hace referencia a la conciencia intuitiva de los conceptos de patrones y relaciones estructurales, consideradas como base del pensamiento algebraico (Papic, Mulligan y Mitchelmore, 2011).

Finalmente, pese a la concepción que tradicionalmente ubica la comprensión del azar cerca de los 7 años, desde los 4 años los niños pueden poseer y desarrollar nociones de azar, aleatoriedad y probabilidad (Nikiforidou & Pange, 2010). Así, un niño es capaz de predecir y anticipar el evento más frecuente haciendo uso de la condición experimental, y puede resolver problemas que impliquen juicios probabilísticos. No obstante, para llegar a la comprensión de los conceptos estocásticos, son necesarias, la anticipación, predicción, permutación, combinación y cálculo de frecuencias como pilares base de las experiencias de aprendizaje (Ramos & Ojeda, 2011).

Lo anterior da cuenta de los alcances del pensamiento matemático de los niños en edad parvularia, evidenciando la posibilidad de desarrollar habilidades numéricas, geométricas, algebraicas, de medición y estocásticas, transitando de un estado procedural y empírico, hacia uno conceptual acorde a su edad. De esta manera, es posible afirmar que los niños pueden aprender matemáticas, cuando se les desafía mediante experiencias ricas y variadas que van mucho más allá de la familiarización con los guarismos y las nociones numéricas iniciales.

A pesar de lo anterior, no todos los niños cuentan con iguales oportunidades de desarrollar estas habilidades. Ya desde el nivel de prekínder, los niños provenientes de familias de bajos ingresos cuentan con mucho menos conocimiento numérico, geométrico y lógico que sus pares provenientes de familias de altos ingresos, debido a las diferencias en las experiencias matemáticas informales a las que se enfrentan (Jordan, Kaplan, Oláh, & Locuniak 2006; Jordan, Kaplan, Locuniak, & Ramineni, 2009; Ramani & Siegler, 2008). Esta realidad muestra que desde antes de ingresar a la escuela formal, es necesario realizar intervenciones enfocadas en matematizar las experiencias informales de los niños, con el fin de formar los conocimientos basales y disminuir las brechas en logro matemático presentes incluso antes de ingresar al kínder (Clements & Sarama, 2011).

En resumen, teniendo en cuenta la evidencia discutida anteriormente, se puede afirmar que las habilidades matemáticas tempranas corresponden a un conjunto de conocimientos que forman una base cognitiva para el aprendizaje posterior tanto en matemáticas como en otras áreas (Clements & Sarama, 2008; French, 2013). De esta forma, una educación matemática adecuada desde temprana edad puede contribuir a que las habilidades matemáticas fundacionales se desarrollen de manera oportuna y formen una base sólida para el aprendizaje matemático futuro (McCray & Chen, 2012). No obstante, en Chile es escasa la evidencia empírica que dé cuenta sobre las habilidades matemáticas que se

enfatan y promueven en las salas de educación parvularia del país, lo que refleja la necesidad de contar con información acerca de las prácticas de las educadoras, los factores que las explican y su efecto en el aprendizaje de los niños.

II.1.2. La enseñanza de las matemáticas en educación parvularia.

Tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas en Educación Parvularia ha sido de corte informal y, en consecuencia, ocurre durante el tiempo de juego libre con escasa participación intencionada de la educadora (Clarke et al., 2011). En este sentido, habitualmente se ha considerado que un ambiente físico enriquecido con objetos y materiales es suficiente para que los niños desarrollen el pensamiento matemático (Lee y Ginsburg, 2009).

No obstante, aunque los niños pueden aprender ciertos aspectos matemáticos en sus juegos, estos solo pueden avanzar desde las matemáticas intuitivas a los conceptos, procedimientos y simbolismos formales de las matemáticas con la asistencia de un adulto (Lewis-Presser et al., 2015). Por tal razón, la literatura muestra que es necesario que las educadoras destinen un tiempo específico para el trabajo de las matemáticas, con experiencias planificadas e intencionales que involucren la enseñanza explícita y estructurada de éstas, como parte de una educación de calidad (McLaughlin, Aspdén y Snyder, 2016).

A pesar de lo anterior, la evidencia internacional y nacional muestra que en las salas de Educación Parvularia el tiempo dedicado a matemáticas es reducido. Por ejemplo, estudios realizados sobre el uso del tiempo en salas de párvulos chilenas revelan que del 47% del tiempo que es dedicado a actividades instruccionales solo un 9% corresponde a matemáticas (Strasser, Lissi y Silva, 2009). Por su parte, estudios internacionales muestran que no solo se dedica escaso tiempo a la enseñanza de la matemática, sino que además, a veces, estas experiencias no están alineadas al nivel de desarrollo de los niños (Engel, Claessens y Finch, 2013).

Adicionalmente, se ha establecido que en muchos casos los objetivos de aprendizaje que se consideran en los currículos son bastante acotados y poco estructurados, en comparación con aquellos de grados posteriores (Sarama y Clements, 2009). Esto a pesar de que se ha establecido que los niños pequeños son capaces de aprender matemáticas complejas en variadas áreas de las matemáticas tales, como datos y azar, números,

álgebra, geometría y medida (National Association for the Education of Young Children [NAEYC], 2009; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2010).

II.1.3. El currículo de educación parvularia en Chile

Uno de los elementos claves para la organización de la enseñanza que emplean las educadoras a la hora de diseñar las experiencias de aprendizaje, es el currículo o las Bases Curriculares de Educación Parvularia (BCEP, 2008). Las BCEP, desde un enfoque sociocognitivo, proponen al niño como un sujeto activo que cuenta con la capacidad de construir su propio conocimiento, mediante el descubrimiento, la manipulación y la creación, otorgándole un papel protagónico en relación a sus aprendizajes (Friz, Carrera & Sanhueza, 2009). Estos objetivos, materializados en términos de aprendizajes esperados y orientaciones a la educadora, plantean importantes retos a la hora de operacionalizar el marco curricular.

Específicamente para el área de matemáticas, el programa curricular vigente (al momento del desarrollo de esta tesis) propone el desarrollo del pensamiento matemático desde dos grandes pilares: *razonamiento lógico-matemático* que “se refiere a la capacidad de descubrir, describir y comprender gradualmente la realidad, mediante el establecimiento de relaciones lógico-matemáticas y resolución de problemas simples” y *cuantificación* que “se refiere a la capacidad de describir y comprender gradualmente la realidad, mediante la cuantificación y resolución de problemas simples, avanzando en la construcción del concepto de número y su uso como cuantificador, identificador y ordenador” (MINEDUC, 2008). Aunque en apariencia, esta clasificación es un tanto diferente a la organización que se propone desde documentos internacionales como los del NCTM (*National Council of Teachers of Mathematics*) o la misma que aparece en los programas nacionales para grados posteriores, estos dos grandes ejes comprenden una gran variedad de aprendizajes, en números, geometría, álgebra, datos y medida. Un ejemplo de ello se muestra en la Tabla 1, para el caso de los aprendizajes esperados en el segundo nivel de transición. Vale la pena destacar que tanto las bases curriculares, como los programas de estudios se encuentran seccionados en Nivel de Transición 1 (0 a 3 años) y Nivel de Transición 2 (3 a 6 años), por tal razón fue a partir de los Mapas de Progreso que se pudo establecer aquellos aprendizajes que correspondían específicamente al nivel de prekínder (hacia los cinco años) que es el nivel en el que se desea profundizar.

Tabla 1
Contenidos curriculares

Ejes según BCEP y MMP Ejes investigaciones	Razonamiento lógico matemático	Cuantificación
Espacio, tiempo y movimiento	Se espera que el niño logre establecer relaciones de orientación espacial, ubicación, dirección y distancia. Pueda orientarse temporalmente y descubrir la posición de diferentes objetos en el espacio con sus variaciones.	
Operaciones lógicas	Se espera que el niño pueda establecer relaciones cada vez más complejas de semejanza y diferencia mediante la clasificación y seriación entre objetos, sucesos y situaciones de la vida cotidiana.	
Álgebra	Se espera que el niño logre identificar y reproducir patrones representados en objetos en objetos y el medio reconociendo los elementos estables y variables de las secuencias. (Sigue patrones que combinan dos elementos y patrones de un objeto que cambia de color).	
Geometría	Se espera que el niño logre reconocer algunos atributos y propiedades de figuras y cuerpos geométricos, en objetos, dibujos y construcciones. (Describe una figura señalando uno o dos atributos, nombra tres figuras geométricas que se le muestran y dos cuerpos geométricos).	
Medida		Se espera que el niño pueda conocer y utilizar instrumentos y técnicas de medición y cuantificación tales como: relojes, termómetros y balanzas, entre otros que le permitan expandir un conocimiento más preciso del medio.
Datos		Se espera que el niño pueda iniciarse en experiencias de observación y experimentación, registrando, midiendo y cuantificando fenómenos de su entorno.
Números y operaciones		Se espera que el niño pueda reconocer y nominar los números desarrollando su lenguaje matemático. Pueda emplear los números para identificar, contar, clasificar, sumar, restar, informarse y ordenar elementos de la realidad; además que logre una comprensión de la adición y sustracción, empleándolas en la resolución de problemas cotidianos en situaciones concretas. (En el tramo de los cinco años solo se hace referencia a contar con cardinalidad hasta el 10 y no se menciona la introducción a las operaciones aritméticas, solo a la determinación, más que o menos que. No aparece el igual a).

Nota. Fuente: BCEP(2008)

Como se puede apreciar en la Tabla 1, es posible relacionar las dos grandes dimensiones de las BCEP con los ejes números, geometría, álgebra, datos, medida entre otros, que habitualmente corresponden a la distribución de las matemáticas escolares. Estos elementos dan cuenta de que al menos en relación a los contenidos, se espera que los niños desarrollen, habilidades en diversas áreas de las matemáticas y no solo referentes a relaciones lógico-matemáticas y cuantificación. Por otra parte, dentro del marco curricular también se contempla una serie de orientaciones pedagógicas para el abordaje de las matemáticas en el nivel inicial, de las cuales emanan algunas estrategias que pueden ayudar a potenciar el desarrollo del pensamiento matemático. Estas se sintetizan en la Tabla 2.

Tabla 2
Orientaciones pedagógicas para la enseñanza de las matemáticas

Estrategia	Orientación pedagógica
Resolución de problemas	Establecer asociaciones en la búsqueda de distintas soluciones, frente a la resolución de problemas prácticos.
Favorecer el registro	Como formas de apoyar el registro por parte de los niños cabe considerar no solo el dibujo, sino la posibilidad de calcar, imprimir siluetas, hacer colecciones de recuerdos entre otros.
Promover el uso variado de instrumentos y medios para	En la medición emplear diversos objetos no convencionales para determinar la longitud y luego incentivar a que los niños se inicien en el uso de medidas convencionales.
Promoción del juego y el movimiento	Proponer juegos corporales donde muestran partes de su cuerpo que están al lado derecho e izquierdo.
Explorar los diferentes objetos matemáticos para conocer sus atributos y propiedades	Explorar diferentes cuerpos geométricos y responden a preguntas tales como: ¿a qué se parece?, ¿puede rodar?, ¿qué forma tiene?, ¿puede apilarse?
Invitar a los niños a formular preguntas y construir explicaciones	Ofrecerles un conjunto de información, incentivándolos a que formulen preguntas, determinen qué pueden responder, o los datos que necesitan para ello, identificando los diferentes caminos que se pueden seguir para contestar a una pregunta dada.
Pensamiento crítico y divergente	Dar espacios para que puedan discernir y cuestionar las afirmaciones y certezas que naturalmente se presentan, permitiéndoles plantear con argumentos simples otras propuestas alternativas.
Situaciones concretas y relación con su vida diaria	Proponer a los niños situaciones concretas y relacionadas con su vida diaria de manera que puedan realizar diversas operaciones.

Nota. Fuente: BCEP (2008)

Como se puede apreciar en cuanto a contenidos y orientaciones metodológicas, las BCEP, plantean un desafío para las educadoras en términos de los conocimientos profesionales necesarios para fomentar el desarrollo de un pensamiento matemático complejo en los niños. Esto viene dado no solo por la variedad de aprendizajes esperados, sino por las distintas competencias que se desean desarrollar en los primeros años de edad, mediante la formulación de preguntas, instrumentos, materiales y contextos como la resolución de problemas, el juego y la vida cotidiana. Desde un enfoque integrador e interdisciplinar donde prime más la interrelación de lo aprendido que la enseñanza de los datos aislados, la estructura de las BCEP demandan un alto grado de autonomía por parte de la educadora (Friz, Carrera y Sanhueza, 2009). Así se dota de flexibilidad a la educadora para el desarrollo de conceptos matemáticos con la posibilidad de determinar, qué será enseñado, cómo será enseñado, en qué orden y qué tiempo de enseñanza dedicar a determinado concepto.

Esto, que puede ser visto como oportunidad de innovación y desarrollo de prácticas bien diseñadas y adaptadas a la realidad de cada contexto, es en ocasiones percibido como un elemento problemático. En efecto, las educadoras en ejercicio consideran que las orientaciones metodológicas y los contenidos propuestos en las BCEP en el área de las matemáticas son insuficientes para organizar su enseñanza, lo cual se relaciona a su vez con los escasos conocimientos tanto pedagógicos como disciplinares que poseen en el área (Friz et al., 2009).

Las tensiones manifiestas, entre la necesidad de desarrollar el pensamiento matemático de los niños, los lineamientos generales para organizar la enseñanza y un escaso conocimiento para la enseñanza de las matemáticas, pueden efectivamente influir en las prácticas pedagógicas que llevan a cabo las educadoras en las salas de educación parvularia, por lo cual resulta relevante indagar sobre cómo se está enseñando la matemática en las salas de párvulos.

II.1.4. Síntesis y claves para el problema de estudio

En esta investigación, a partir de la literatura revisada, se considera que los niños pueden desarrollar habilidades matemáticas desde la educación parvularia, las cuales comprenden mucho más que el acercamiento a los primeros conocimientos numéricos. No obstante, para lograr dicho objetivo, es necesario organizar espacios y experiencias intencionadas para que los niños puedan avanzar de los conocimientos matemáticos

informales, que adquieren en contacto con el medio, a conocimientos matemáticos formales que constituirán la base de para el desarrollo de habilidades más complejas. En Chile las Bases Curriculares para la Educación Parvularia, toman en cuenta este hecho y organizan los aprendizajes esperados en torno a dos grandes ejes, que son: el núcleo de relaciones lógico-matemáticas y el núcleo de cuantificación, y proponen un enfoque centrado en el niño, interdisciplinario e integrador, donde se incentive la exploración, el descubrimiento y el aprendizaje activo. Esto resulta en ocasiones problemático para las educadoras de párvulos, ya que consideran tales orientaciones insuficientes para organizar la enseñanza, por una parte debido a la falta de especificidad y por otra a la escasez de conocimientos disciplinares y didácticos en el área. De esta forma, para efectos de esta investigación se tendrá en cuenta, que las dificultades de las educadoras para tomar decisiones respecto a la secuenciación, énfasis y profundidad de los contenidos curriculares y las distintas interpretaciones y lecturas del currículo, pueden incidir en las prácticas de enseñanza, por ende en el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños.

II.2. Las prácticas docentes

Las prácticas docentes son un concepto polisémico que ha sido abordado desde diferentes perspectivas. De acuerdo con Fierro, Fortuol y Rosas (2000), la práctica docente es, un objeto de estudio complejo, una praxis social, objetiva e intencional en la que intervienen los significados, las percepciones y las acciones de los principales agentes implicados en el proceso de enseñanza y aprendizaje -maestro, alumno, autoridades educativas y padres de familia- así como los aspectos político-institucionales, administrativos y normativos que cada institución y país delimitan respecto a la función del maestro. (p. 21).

Bajo esta perspectiva maestro y alumno se conciben como sujetos que intervienen e interactúan en el proceso educativo y no solo como insumos o productos del mismo. Así los maestros cuentan con la posibilidad de enriquecer el proyecto educativo, con el fin de adaptarlo al contexto, a las características de sus alumnos y los fines educativos compartidos por los padres, por la institución y por la sociedad en general. De esta manera, para Fierro, Fortuol y Rosas (2000), la práctica docente trasciende el ámbito técnico-pedagógico y establece una multiplicidad de relaciones:

- Entre personas: maestros, alumnos, padres, autoridades y comunidad
- Con el conocimiento

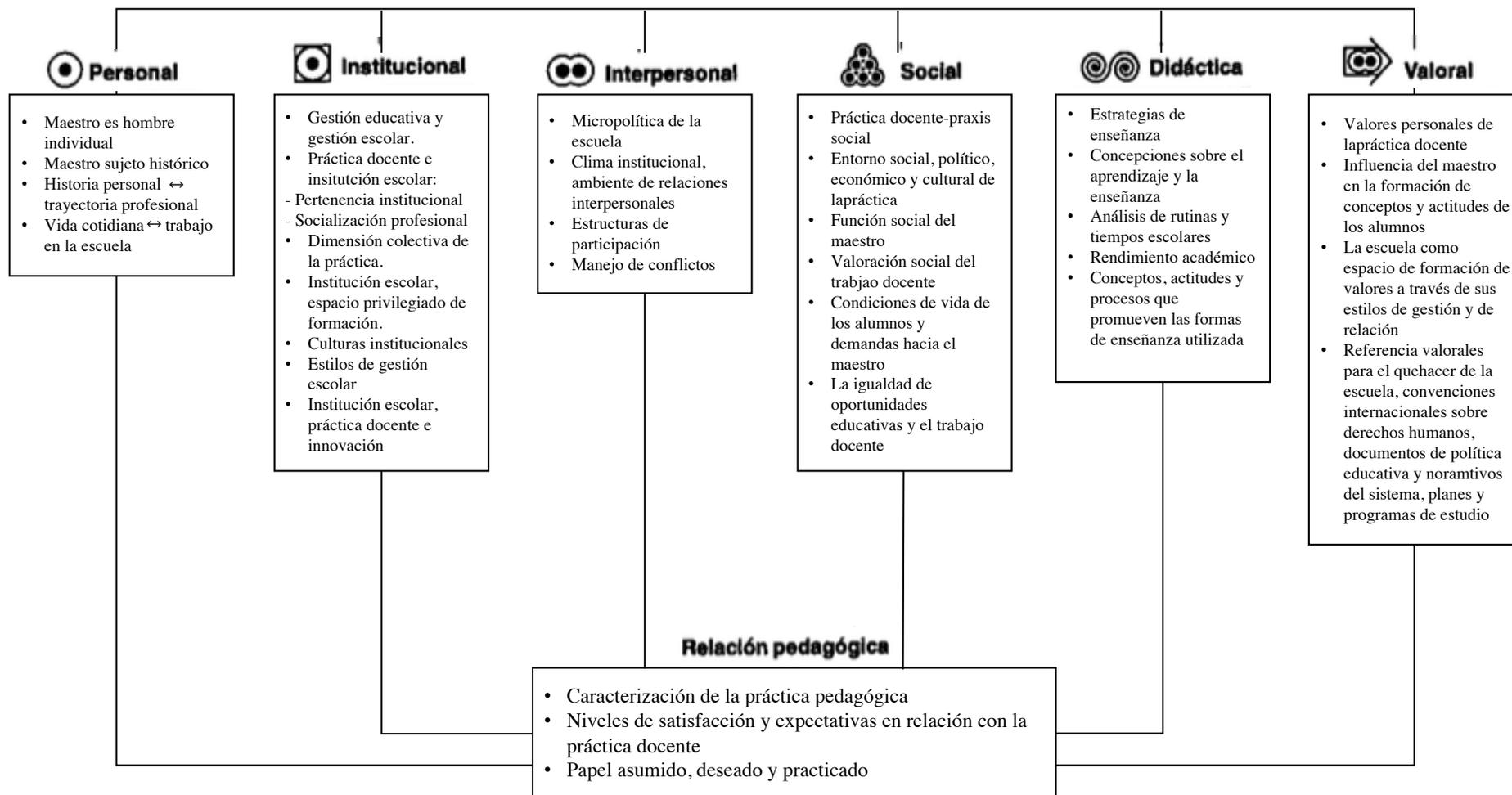
- Con la institución
- Con los aspectos de la vida humana
- Con un conjunto de valores personales e institucionales

La Figura 1 muestra las múltiples dimensiones que componen y atraviesan las prácticas docentes. De esta manera, se les concibe como un entramado complejo, donde cada una de las dimensiones da una forma distinta de analizar, interpretar y atribuir significado a la misma. Es así como se aprecia que la caracterización de la práctica dentro de la relación pedagógica responde a diversos factores dentro de los cuales se considera a la dimensión didáctica como elemento de análisis.

Según los autores, la dimensión didáctica considera al “[...] maestro en su papel de agente, que a través de los procesos de enseñanza, orienta, dirige y guía la interacción de los alumnos con el saber culturalmente organizado” (p. 34). De las decisiones y prácticas que tome el docente en relación a este punto, dependerá si este proceso se reduce a la trasmisión y repetición de información o que se convierta en una experiencia constructiva. Por tal razón, es de gran importancia analizar los métodos de enseñanza que utiliza, la forma en que organiza el trabajo con sus alumnos, el grado de conocimiento que tiene de ellos, las normas que rigen el aula, la manera en que enfrenta e interpreta la acciones de sus alumnos en torno al conocimiento y los aprendizajes adquiridos por ellos.

Es justamente en este punto de vista didáctico, donde se enfocará el presente estudio, ya que es de interés conocer y caracterizar las prácticas de las educadoras de párvulos en términos de las acciones y decisiones que toman para gestionar la enseñanza de las matemáticas.

Figura 1
Dimensiones de la práctica docente



Nota. Fuente: Fierro, Fortuol & Rosas (2000)

II.2.1. La práctica docente desde una dimensión didáctica.

Como se vio anteriormente, a modo general, las prácticas docentes pueden ser entendidas como acciones intencionadas que realiza el profesor con base en sus conocimientos, experiencias y formación académica, en una institución particular, la cual le da contexto y sentido a su quehacer (Serres, 2007). No obstante, dichas acciones se ven afectadas no solo por las características del docente, o las del contexto, sino que además se encuentran afectadas por las características del saber que se enseña.

Teniendo en cuenta entonces la naturaleza del saber a enseñar, desde la corriente del Enfoque Epistemológico de la Didáctica de las Matemáticas se han planteado las prácticas docentes como una actividad humana institucionalizada que tiene una doble naturaleza: una cara práctica (tareas y técnicas) y una cara teórica que se materializa en un discurso que justifica, interpreta, reorienta e incluso la modifica (Bosch & Gascón, 2001; Chevallard, 1998)⁶. Así, la noción de praxeología didáctica propone describir la actividad docente en términos del “saber hacer” o praxis y su componente teórica y justificadora, el “saber o logos” (Espinoza, Barbé & Gálvez, 2011). El primer componente (praxis) se centra en estudiar los tipos de tareas y técnicas que utiliza el profesor para organizar y dirigir el proceso de estudio de una organización matemática (OM) específica en una institución de enseñanza determinada. (Espinoza, Barbé & Gálvez, 2011; Ruíz-Higueras & García, 2011). Por su parte el logos corresponde al *discurso tecnológico-teórico* capaz de describir, justificar, interpretar y desarrollar la *praxis*, aportando además criterios para diseñarla y gestionarla (Bosch & Gascón, 2001). Es así como de acuerdo con Sierra (2006),

La Teoría Antropológica de lo didáctico (TAD) propone un *modelo de la actividad matemática institucional*, que incluye la *actividad matemática escolar* como caso particular, y un *modelo del saber matemático* que permite describir *la matemática escolar* como caso particular. Lo *didáctico* aparece, dentro de este enfoque, como todo aquello que tiene relación con el estudio, la producción y la difusión (o reproducción) del saber matemático en las distintas instituciones sociales, lo que sitúa la enseñanza y aprendizaje escolares de las matemáticas como un caso particular de *proceso didáctico*. (p.30)

⁶ Es importante resaltar que dentro de la Didáctica de las Matemáticas se han desarrollado diversos programas de investigación que abordan los fenómenos entorno a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde diferentes posturas. El que aquí se menciona, grosso modo, corresponde a la *Teoría Antropológica de lo Didáctico* que acuña el concepto de *praxeología didácticas* para hacer referente a esta doble componente de las prácticas docentes, teniendo en cuenta la relación con lo institucional, representado por el currículum, asistentes de educación, libros de texto, etc.

De esta forma, las nociones de Organización Matemática (OM) y Organización Didáctica (OD), surgen como elementos para describir el proceso de estudio escolar, donde profesor y alumno participan de manera integrada. Así, dado que el profesor lleva a cabo una acción didáctica con el fin de que los alumnos construyan una OM, las características de dicha OM condicionan las formas de organizar su estudio -OD- y las características del proceso de estudio OD condicionan la OM. Así se considera que al describir un proceso de estudio, es necesario vincular la OM en juego y la OD que guía su construcción en el aula (Ruíz-Higueras & García, 2011).

Una Organización Matemática (OM) por lo tanto, corresponde a la modelización estática que describe el trabajo matemático, considerado como el estudio de tipos de problemas o tareas problemáticas, tomando en cuenta tanto el relativismo institucional del conocimiento (concebido como construcciones y actividades institucionales), como el componente material de la actividad. De esta forma el saber matemático aparece organizado, en las *tareas* o problemas que se estudian, las *técnicas* que se construyen y utilizan para abordarlos; las descripciones para hacer inteligibles las técnicas (tecnologías) y la *teoría* que da sentido a los problemas planteados y permite fundamentar e interpretar las descripciones y demostraciones tecnológicas (Sierra, 2006).

Por su parte, la Organización Didáctica (OD) corresponde a la dimensión dinámica que hace referencia a las formas de organizar el proceso de estudio de una OM. El proceso de estudio se caracteriza por tener una estructura no uniforme organizada en distintas *dimensiones* o *momentos* que se distribuyen de forma dispersa a lo largo del estudio, estos momentos no son vividos de una sola vez y pueden presentarse simultáneamente, la Tabla 3 describe cada uno de los momentos (Espinoza & Azcárate, 2000).

Tabla 3
Momentos didácticos de un proceso de estudio

Momento de estudio	de Caracterización
Primer encuentro	Es el del primer encuentro con la organización O que está en juego. Consiste en encontrar O a través de al menos uno de los tipos de tareas T_i constitutivas de O.
Exploratorio	Es el momento de la exploración del tipo de tareas T_i y de la elaboración de una técnica τ_i relativa a este tipo de tareas.
Tecnológico-teórico	Es el momento de la constitución del entorno tecnológico-teórico relativo a τ_i . De una manera general, este momento está en interrelación estrecha con cada uno de los otros momentos., pueden aparecer necesidades tecnológicas y teóricas de explicar, justificar y hacer inteligibles los gestos que se realizan

Institucionalización	El momento de la institucionalización corresponde a la dimensión del proceso didáctico en que se hace visible y se oficializa la actividad desarrollada hasta aquel instante. Es la dimensión en que se le otorga un «nombre» y un estatuto al conocimiento matemático que ha ido apareciendo de manera informal, legitimándolo como conocimiento matemático que pertenece a la organización matemática que se construye
Trabajo de la técnica	Dentro de este momento se procura el dominio robusto de las técnicas hasta el punto de su respectiva rutinización. Tiene como función específica: la puesta a punto de las técnicas, la búsqueda de relación entre ellas, el análisis de las limitaciones y potencia de cada una, la determinación del rango de validez de cada una, e incluso el llevarlas hasta sus últimas consecuencias, llegando a proponer, si fuera oportuno, alguna modificación o ampliación de las mismas.
Evaluación	Corresponde a aquel aspecto de la actividad en que se pone a prueba el dominio que tiene un sujeto sobre la organización matemática construida. Es decir, se mide el estado en que se encuentra la relación personal del sujeto con la obra matemática

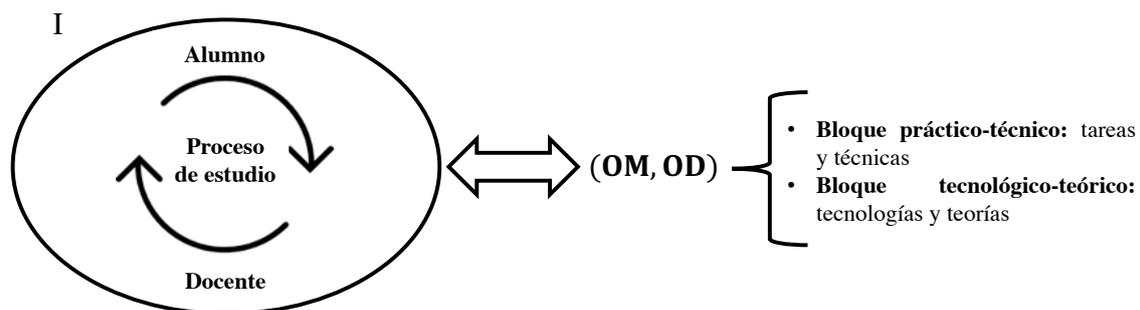
Nota. Fuente: Espinoza & Azcárate (2000); Sierra (2006)

En este punto el profesor se enfrenta a un conjunto de tareas didácticas para organizar el proceso de estudio. Chevallard (1999) establece que dicho sistema de tareas se encuentra organizado en dos grandes categorías interdependientes que abarcan distintos aspectos de la actividad del profesor: La primera contempla aquellas tareas relativas a la *concepción y organización* de los *dispositivos de estudio* y de *gestión* de sus respectivos *entornos*. La segunda está formada por las tareas de *ayuda al estudio* y, en particular, de *dirección de estudio* y de *enseñanza*. En relación a este segundo grupo de tareas, Ruíz-Higueras y García (2011) mencionan, seis tipos de tareas asociadas a las dimensiones básicas de todo proceso de estudio: 1) realizar el momento del primer encuentro; 2) realizar el momento exploratorio; 3) realizar el momento tecnológico-teórico; 4) realizar el momento de la institucionalización; 5) realizar el momento de trabajo de la técnica, y 6) realizar el momento de la evaluación (Artaud, 2007, p. 243-244; Chopin, 2007, p. 308, citado por Ruiz-Higueras & García, 2011). De igual manera, el profesor pone en funcionamiento técnicas-didácticas, para los siguientes fines:

- Para modificar, cuando es necesario, el medio de la situación (técnicas mesogenéticas)
- Para organizar o re-organizar el reparto de responsabilidades entre profesor y alumnos (técnicas topogenéticas)
- Para regular el tiempo didáctico (técnicas cronogenéticas)

La Figura 2 sintetiza los elementos teóricos de la postura didáctica asumida para el estudio de las prácticas docentes en Educación Parvularia.

Figura 2
Análisis didáctico de las prácticas docentes desde la TAD



Nota. Fuente: elaboración propia

Como se puede apreciar en la Figura 2, se analizará el proceso de estudio en el que participan profesores y alumnos en el marco de la institución Educación Parvularia, mediante las organizaciones matemáticas y didácticas que se ponen en juego en la clase de matemáticas. Específicamente, se explorará el bloque práctico-técnico, desde una dimensión fáctica a través de las praxeologías puestas en acto.

Aunque no son elementos considerados como tales en la Teoría Antropológica de lo Didáctico, se incorporará la influencia de algunos elementos del bloque tecnológico-teórico que podrían resultar explicativos de las decisiones tomadas por los docentes, particularmente los que se refieren a las expectativas académicas y ansiedad matemática. Adicionalmente se incluirá el papel de las interacciones dada la naturaleza dinámica del proceso de enseñanza-aprendizaje. Teniendo en cuenta este planteamiento, el estudio de las prácticas docentes se realizará, por una parte mediante el análisis de las acción o praxis de la educadora en el aula, específicamente mediante la caracterización de tareas, estrategias e interacciones y por otra, mediante el análisis de las expectativas y ansiedad matemática.

En lo que sigue, se desarrollarán cada uno de estos elementos conceptuales, con el fin de identificar sus características principales y su importancia en el desarrollo de habilidades matemáticas tempranas.

II.2.2. El análisis de las prácticas de enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario

II.2.2.1. El concepto de tarea matemática.

Como se pudo apreciar en la sección anterior el concepto de tarea adquiere un papel relevante a la hora de analizar un proceso de estudio. Específicamente en el campo más amplio de la Educación Matemática, el concepto de tarea matemática ha recibido especial atención dada su relación con el aprendizaje de los niños. De esta manera, no solo se busca estudiar la naturaleza del saber matemático construido mediante procesos de transposición didáctica, sino que además se busca analizar los tipos de procesos tanto matemáticos como cognitivos que se despliegan en una tarea. Es así como se pretende ahondar en el concepto de tarea matemática tratando de conjugar distintas perspectivas y llegar a una categorización de las mismas. En lo que sigue se desarrolla esta idea.

Considerando que el tipo de enseñanza en el aula afecta significativamente a la naturaleza y al nivel del aprendizaje de los niños (Hiebert & Grouws, 2007), es importante centrarse en el papel del profesor a la hora de determinar oportunidades de aprendizaje y, más específicamente en las actividades que realiza y que condicionan la naturaleza de la enseñanza en el aula. Teniendo en cuenta que el/la docente se encuentra en la necesidad de crear un entorno viable para el aprendizaje, realizando diversas alteraciones al contexto de trabajo; las tareas y tipos de tareas que seleccione y proponga a los niños, adquieren especial relevancia en el quehacer matemático de la clase.

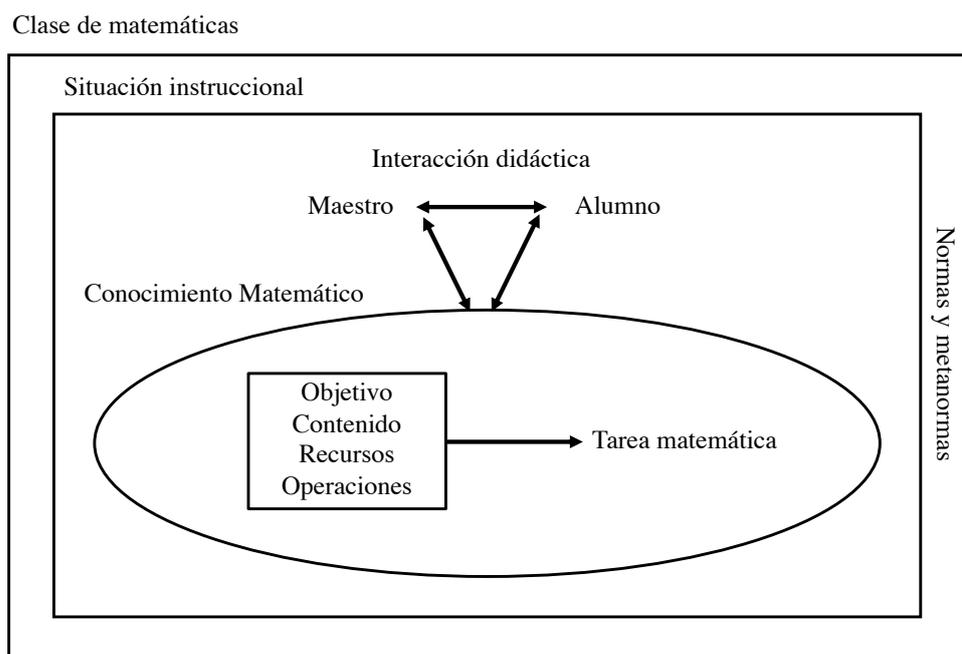
De esta manera, Herbst (2008) considera que las interacciones en la sala de clases son organizadas alrededor del desarrollo de un número de situaciones instruccionales, dentro de las cuales las tareas representan tanto unidades de análisis que permiten comprender la naturaleza de la enseñanza de matemática en el aula, como el reflejo de la reproducción cultural de las prácticas matemáticas en un contexto dado. En este sentido, el autor considera que las *tareas* representan las unidades de significado que se pueden determinar en la observación del trabajo matemático de la clase y constituyen el contexto práctico en el que los niños pueden llegar a pensar acerca de las ideas matemáticas en juego (Herbst, 2012).

Al respecto, Doyle (1988) considera las tareas como el trabajo que el profesor demanda hacer a la clase, que representan el contexto dentro del cual los niños activan sus conocimientos acerca de un tema matemático concreto, implicando también una determinada actividad matemática por parte de ellos. El autor afirma que el concepto de

tarea centra su atención fundamentalmente en cuatro aspectos del trabajo en una clase: (a) el objetivo establecido o un producto final a lograr, (b) el conjunto de recursos y condiciones disponibles para lograr la tarea, (c) las operaciones involucradas en el uso de los recursos para alcanzar el producto o meta y (d) la importancia de la tarea en el sistema general de trabajo de la clase. Así, variando cada uno de estos elementos los profesores afectan las tareas y por consiguiente el aprendizaje de los niños.

Siguiendo la línea de Doyle sobre tareas académicas, Stein, Grover y Henningsen (1996), definen las tareas matemáticas como la actividad de la clase cuyo propósito es focalizar la atención de los estudiantes en una idea matemática particular. No obstante, a diferencia de Doyle, enfatizan en que una actividad no es clasificada como una nueva tarea, a menos que la idea matemática subyacente a la cual se orienta la actividad, cambie. De esta manera una lección puede estar dividida en dos, tres o cuatro tareas; esto significa que no habrá tantas tareas como ejercicios o problemas que haya en la clase, dado que un grupo de problemas puede responder a un mismo propósito. En esta misma línea Zacharos y colaboradores (2014), en el área específica de tareas matemáticas en Educación Parvularia, definen una tarea como una actividad de enseñanza con un objetivo y un contenido específicos (como por ejemplo, la comparación de tamaño entre dos objetos). Tomando en cuenta las perspectivas expuestas sobre la tarea como un constructo de análisis, la Figura 3 sintetiza la forma de concebir una tarea en el marco de la clase de matemáticas.

Figura 3
 Conceptualización de la tarea dentro de la clase de matemáticas



Nota. Fuente: Elaboración propia

Como se puede apreciar en la figura, uno de los múltiples aspectos que ocurren dentro de la clase es la situación instruccional, donde la interacción didáctica, maestro, alumno y conocimiento cobra sentido. Así, las tareas en las que se implican los estudiantes (proyectos, problemas, construcciones, aplicaciones, ejercicios, etc.) enmarcan y centran sus oportunidades para aprender matemáticas (Godino, Batanero & Font, 2003). Por consiguiente, las tareas proporcionan el estímulo para que los estudiantes piensen sobre procedimientos y conceptos, y en consecuencia pueden ayudar al desarrollo de destrezas, expresan lo que son las matemáticas, muestran lo que implica la actividad matemática y requieren que los estudiantes razonen y comuniquen matemáticamente. Con base en lo anterior, se considerará a las tareas como la unidad de análisis de las experiencias de aprendizaje propuestas por la educadora, pues son las que revelan el objetivo matemático específico propuesto en la enseñanza.

Una distinción importante que sustenta la investigación sobre tareas académicas, es la diferencia entre tareas que involucran a los niños a un nivel superficial y tareas que les involucran a un nivel más profundo, pues necesitan de una interpretación más exigente, flexibilidad, control de recursos y construcción de significados (Carrillo, Contreras & Zakaryan, 2014). De esta manera identificar cómo se pueden clasificar las tareas

matemáticas de la clase, constituye un factor importante a estudiar, así como el tiempo invertido en ellas, dado que esto puede contribuir a determinar los énfasis y contenidos del trabajo matemático de la clase. A continuación se abordarán las diferentes clasificaciones sobre las tareas académicas y el tiempo de trabajo.

a) Clasificación de las tareas matemáticas de la clase.

Teniendo en cuenta la forma en que las tareas centran y delimitan las oportunidades de aprendizaje de los estudiantes, estudios han mostrado que las tareas propuestas por el profesor, se pueden clasificar en distintos grados de complejidad (demanda cognitiva) con base en el tipo de procesos cognitivos que se activan en los niños para llevarlas a cabo. De acuerdo a Doyle (1988), la demanda cognitiva (o nivel cognitivo) de una tarea se refiere al tipo de procesos cognitivos que necesita el niño para llevarla a cabo y éstos pueden variar desde procesos más básicos como la memorización, a la aplicación de procedimientos y algoritmos (con o sin comprensión) hasta el uso de estrategias de pensamiento y razonamiento más complejas.

La demanda cognitiva de una tarea puede reconocerse por las características de la tarea, que incluyen: número y tipo de representaciones, número de estrategias de solución y exigencias de comunicación (la extensión de explicación o justificación requerida del niño) (Stein, Grover & Henningesen, 1996). Las tareas de demanda cognitiva inferior o tareas básicas suelen representarse de una única manera (simbólica, gráfica sencilla o verbal), requieren aplicación directa de fórmulas y algoritmos, y comunicación del resultado (tareas de respuesta cerrada). Las tareas de demanda cognitiva superior o tareas avanzadas implican representaciones más sofisticadas, requieren su interpretación y traducción, y uso de diferentes estrategias para su proceder, así como, habitualmente, son de respuesta abierta que invitan a explicar, argumentar o justificar. Además, en las tareas que implican procesos cognitivos de nivel superior el foco se pone en la comprensión, interpretación y aplicación flexible de los conocimientos y habilidades (Carrillo, Contreras & Zakaryan, 2014). Es importante, por tanto, reconocer la demanda cognitiva de una tarea, puesto que dependiendo del nivel de desafío se proveerá al niño oportunidades diferentes de pensamiento (Stein & Lane, 1996). Tareas de distintos nivel de complejidad no solo proveen diferentes oportunidades de pensamiento, sino que además pueden impactar de manera diferente el aprendizaje, existiendo tareas que pueden promover mayores ganancias en el aprendizaje matemático de los niños, que otras (Bodovsky & Farkas, 2007; Ramani & Siegler, 2008).

Por otra parte y tomando los aportes hechos por Dowling (1998) desde la sociología de la educación matemática, Zacharos y colaboradores (2014), realizan una clasificación de las tareas matemáticas propuestas por las educadoras en salas de kínder griegas. Estos autores encontraron que las tareas implementadas por las educadoras podían agruparse principalmente en dos categorías: (1) tareas de principios que requieren el conocimiento de reglas matemáticas, habilidades de razonamiento, justificación o explicación y aplicaciones novedosas de conocimiento; (2) tareas de localización, que no requieren un conocimiento especializado y por tanto se deriva del mundo empírico del estudiante. Éstas últimas (que fueron las que con más frecuencia se observaron en las salas de clase del estudio) proponen los autores que pueden ser agrupadas en subcategorías, haciendo uso de la clasificación realizada por Hoadley (2008) en el análisis de las tareas académicas en el área de lenguaje, a saber:

- tareas nominales tales como nombrar símbolos y objetos matemáticos.
- tareas rituales que involucran repetir, números o palabras todos juntos después del profesor.
- tareas mecánicas como copiar números de la pizarra o colorear imágenes con contenido matemático y,
- tareas procedurales que requieren procedimientos matemáticos sencillos, tales como hacer correspondencias u operaciones.

En su estudio, Zacharos y colaboradores (2014) hallaron que las prácticas pedagógicas de las educadoras se caracterizaron por concentrarse en tareas de localización en la forma de tareas nominales y rituales (97% de las tareas observadas), y que solo el 3% de las tareas observadas correspondieron a tareas de principios. En este sentido, el estudio concluyó que las prácticas más observadas no ayudan a los niños a profundizar en los conceptos matemáticos, sino que enfatizan habilidades de tipo más mecánico.

Siguiendo este estudio, la presente investigación buscará también conocer qué tipo de tareas son las que implementan las profesoras de educación inicial en las salas de párvulos chilenas, con el fin de vislumbrar las oportunidades de aprendizaje de las matemáticas con las que cuentan los niños desde la educación inicial.

a) El tiempo de trabajo en distintos tipos de tareas matemáticas

Las investigaciones que se han dirigido a determinar los predictores tempranos de las habilidades matemáticas avanzadas, han encontrado que la práctica del conteo avanzado -asociado a *tareas* tales como la cardinalidad y la subitización conceptual- es un mejor

predictor del logro matemático (hasta quinto grado) que el conteo básico asociado a *tareas* como reconocimiento de número, conteo verbal o correspondencia término a término (Nguyen et al., 2016). Esto podría relacionarse con el hecho de que el primer grupo de tareas promueve la comprensión de la estructura matemática del sistema numérico y no solo el estudio de la convención matemática de la grafía o el código.

Desafortunadamente, pese a la importancia para el desarrollo del pensamiento matemático de los niños de las tareas de mayor complejidad o avanzadas, la evidencia muestra que estas se presentan en escasas ocasiones lo que redundaría en pobres oportunidades para el desarrollo de conceptos matemáticos fundamentales (Piastra, Pelatti & Miller, 2014). Estudios realizados en esta línea en Estados Unidos, han establecido que más del 90% del tiempo de enseñanza de la matemática en los niveles iniciales se concentra en tareas básicas, como identificar numerales de un dígito o reconocer formas geométricas, tareas más asociadas a procesos cognitivos como recordar. El tiempo restante es dedicado a realizar tareas que implican el conocimiento de reglas matemáticas y requieren de habilidades de razonamiento y justificación (Engels, Claessens & Finch, 2013).

Un panorama similar se aprecia en salas de párvulos de América Latina, donde se ha evidenciado que el tiempo de enseñanza de las matemáticas se concentra en tareas enfocadas en repetir oralmente una secuencia numérica, contar objetos en situaciones descontextualizadas o cortar y pegar números (Álvarez, 2013; Cardoso, Ramos & Cerecedo, 2011; Ruíz, 2008; Ormeño, Rodríguez & Bustos, 2013). En estas tareas se involucra un contenido matemático, pero se utiliza mayormente el recurso de la memorización, dejando de lado el manejo más profundo de principios matemáticos. Estos antecedentes plantean la interrogante acerca de qué tipo de tareas matemáticas se presentan en las aulas de educación inicial chilenas y cómo se distribuyen en el tiempo de enseñanza de las matemáticas.

II.2.2.2. Las estrategias de enseñanza.

Las estrategias didácticas se refieren a las estrategias de enseñanza que los profesores usan para facilitar las capacidades de sus estudiantes de entender y usar matemáticas. El análisis de las estrategias didácticas, también es importante a la hora de estudiar la enseñanza de las matemáticas, puesto que dependiendo de las estrategias elegidas por el profesor para facilitar la comprensión de los niños, varían tanto el papel del niño y del profesor en el proceso de la enseñanza y aprendizaje, como las interacciones entre ambos

y por ende la situación de aprendizaje (Carrillo, Contreras & Zakaryan, 2014). De esta manera, en el juego de las interacciones maestro/niño que promueven las estrategias didácticas se debate un rol pasivo, parcialmente activo/pasivo, activo de cada uno de los agentes.

a) Estrategias centradas en el estudiantes

Con frecuencia, los discursos sobre el aprendizaje en la primera infancia, promueven el uso de estrategias donde el niño sea un sujeto activo, enmarcándose bajo una postura constructivista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En este enfoque, *centrado en el niño* (child-centered), se considera que el individuo aprende en interacción con los otros, de manera que el sujeto cognitivo y social son indisolubles.

Asimismo, el conocimiento se basa en la construcción compartida de significados — dotando a éste de un carácter relativo y convencional— en la medida que es producto de las interpretaciones socialmente negociadas. De esta forma más que conocimiento matemático objetivo, se habla de un conocimiento relativo, producto de las representaciones personales e idiosincráticas de las experiencias cognitivas del sujeto. Así, estrategias de enseñanza bajo el llamado enfoque centrado en el niño, dirigen y guían el aprendizaje de los niños, pero también proveen oportunidades a los niños para que realicen exploraciones sobre objetos y tópicos académicos (Stipek, 2004).

Este conjunto de estrategias, se relacionan íntimamente con habilidades de pensamiento superior, tales como la resolución de problemas y el pensamiento crítico, y se caracteriza por proponer actividades que requieren recolectar y aplicar información, promover el razonamiento, la creatividad, el descubrir y comunicar ideas. Adicionalmente, permite a los niños iniciar y proponer sus propias estrategias para resolver problemas y enfrentar contradicciones. En este escenario, el niño tiene la oportunidad de experimentar sus propias soluciones antes de recibir una orientación del maestro y se valoran sus ideas e iniciativas, prestándose así, mayor atención a la exploración, la participación y el cuestionamiento (Carrillo, Contreras & Zakaryan, 2014). El maestro, de esta manera, provee oportunidades a los estudiantes para involucrarse activamente en los procesos de construcción de conocimiento matemático, poniendo un importante énfasis en entender los conceptos matemáticos subyacentes, más que en adquirir fluidez procedural.

De esta manera una sala que promulga una enseñanza de las matemáticas centrada en el niño se caracteriza por un docente que le da a los estudiantes la oportunidad de involucrarse en la resolución de problemas matemáticos y usa las actividades

matemáticas como oportunidades para evaluar y desarrollar la comprensión de los niños. Las reglas de la clase son claras pero flexibles y se delegan responsabilidades a los niños, como por ejemplo distribuir y arreglar los materiales. Las tareas y actividades son adaptadas a las habilidades individuales de los niños y las habilidades sociales y de comunicación son enseñadas en el contexto de los conflictos que ocurren naturalmente en la sala (Stipek, 2004). Bajo este enfoque, el profesor actúa como facilitador y los niños tienen la oportunidad de usar manipulativos, trabajar en grupos pequeños, realizar y responder preguntas (tipo cómo y por qué), y explorar los materiales, lo que a su vez les ayuda a tener una comprensión matemática más profunda de los conceptos matemáticos que abordan en la clase (Polly, Margerison & Peal, 2014).

b) Estrategias centradas en el profesor

Por otra parte, las estrategias que se enmarcan en el enfoque *dirigido por el maestro* (teacher-centered) se basan en la premisa de que es necesario dominar ciertas habilidades básicas antes de que un aprendizaje avanzado pueda ocurrir. Se postula que estas habilidades básicas son adquiridas en unidades discretas y acumulativas a través de la instrucción directa y la práctica (Stipek, 2004).

De esta manera, el profesor enfatiza el aprendizaje de procedimientos y dar la respuesta correcta, determinando los aprendizajes adquiridos mediante la precisión de sus respuestas en las guías de trabajo. Así, el profesor organiza la lección de manera tal que revisa o introduce un nuevo procedimiento, provee a los estudiantes instrucciones paso a paso y luego asigna ejercicios a los estudiantes para practicar el procedimiento (Morgan, Farkas & Maczuga, 2014). La meta aquí es aprender operaciones y alcanzar la respuesta correcta, lo que se corresponde con una visión más normativa de las matemáticas como un saber descontextualizado y despersonalizado (Ernest, 1994). En consecuencia este enfoque transmite que los objetos matemáticos y las relaciones entre ellos tienen un carácter objetivo, por lo que hacer matemáticas se encamina a transmitir y/o descubrir conceptos matemáticos más que construirlos (Socas & Camacho, 2003). La actividad matemática, por lo tanto, puede implicar por una parte enseñar teorías cristalizadas donde la resolución de problemas es una actividad secundaria y, por otra, se centra en aplicar técnicas matemáticas (Gascón, 2001). En este enfoque la enseñanza se encuentra centrada principalmente en el profesor, con estrategias enfocadas en la explicación y el entrenamiento, limitando las oportunidades de llegar a adquirir conocimientos de manera

activa e impidiendo el desarrollo de competencias matemáticas más avanzadas en los niños.

Stipek (2004), por su parte, caracteriza el aula de kínder como centrada en el profesor, cuando la enseñanza de las matemáticas enfatiza el aprendizaje de datos numéricos, conteo de memoria, aprender procedimientos, dar la respuesta correcta y donde la evaluación está basada primeramente en la precisión de las respuestas en las guías de trabajo.

Por su parte Polly y colaboradores (2014), añaden que bajo este enfoque se considera que la adquisición de la información es más importante que el proceso, y que, bajo esta perspectiva los profesores son considerados como la fuente y dispensador de conocimiento. En el enfoque centrado en el profesor, al igual que en el enfoque centrado en el estudiante, los niños pueden hacer uso de manipulativos, pero su uso está completamente dirigido por el docente y se espera que los estudiantes imiten el uso que hace el maestro.

El cuestionamiento de este enfoque radica en el hecho de que, aunque pone su foco en procedimientos que otorgan a los niños la oportunidad de adquirir saberes necesarios para ejercitar las matemáticas, no son suficientes para un uso efectivo de éstas (Carrillo, Contreras & Zakaryan, 2014). Por el contrario, los expertos postulan que los procedimientos deben ser valorados por el niño en función de su mejor adaptabilidad a situaciones comunes y por la economía de acciones y pensamiento (Chamorro, 1991), más que convertirse en la forma exclusiva de aprender matemáticas.

La Tabla 4 resume las características de los dos enfoques expuestos: el centrado en el profesor y el centrado en el alumno.

Tabla 4
Tipos de estrategias de enseñanza de las matemáticas

Tipo de estrategia	Características
	La meta de las estrategias categorizadas como centrado en el profesor, es transmitir un conjunto establecido de hechos, habilidades y conceptos a los estudiantes. Los profesores inicialmente demuestran procedimientos específicos para resolver problemas y luego proveen a los estudiantes repetidas oportunidades para practicar independientemente estos

Centradas en el profesor	<p>procedimientos (Hiebert & Grouws, 2007; Stipek, Givvin, Salmon & MacGyvers, 2001; Stipek, 2004). Este tipo de estrategias ayuda a los estudiantes a incrementar la fluidez procedural en la aplicación de procedimientos explícitamente enseñados y repetidamente practicados, lo cual puede resultar en un uso más efectivo de habilidades de pensamiento de orden superior y habilidades de resolución de problemas.</p> <p>El énfasis de las estrategias centradas en el niño está en el desarrollo de las ideas matemáticas personales de los niños. Además, proveen a los estudiantes la oportunidad de involucrarse activamente en el proceso de generar conocimiento matemático. Los niños discuten sobre problemas que pueden ser resueltos de diferentes maneras y también aprenden diferentes estrategias para explicar y resolver los</p>
Centradas en el estudiante	<p>problemas, contrastando estrategias en grupos de trabajo cooperativos. Este tipo de estrategias pone énfasis en entender los conceptos matemáticos más que adquirir fluidez procedural. Aprender estos conceptos ayudarán a su vez a los estudiantes a comprender la utilidad de habilidades matemáticas particulares, el contexto en el que se usan y cómo éstas se relacionan con lo aprendido anteriormente.</p>

Nota. Fuente: elaboración propia

- c) Comparación entre los enfoques centrado en el estudiante y centrado en el profesor.

Como se puede apreciar en la Tabla 4 la diferencia entre los tipos de estrategias radica en el grado de participación del niño en las decisiones de enseñanza y aprendizaje. Por una parte se encuentra el enfoque donde el rol principal lo toma el docente, quien define las oportunidades de aprendizaje y señala las rutas a seguir frente a un niño más pasivo que recibe las instrucciones del docente. Por otra parte, se encuentra un rol activo del niño quien participa como co-enseñante y tiene posibilidades diversas para explorar con las matemáticas sus conceptos y procedimientos. Con todo, algunos autores afirman que no hay razón para creer que exista un método único de enseñanza que sea el más efectivo para alcanzar todos los tipos de metas de aprendizaje.

En efecto, se ha encontrado que al momento de definir las ventajas o desventajas de un enfoque u otro, los resultados de investigación no son concluyentes respecto al impacto de unas u otras en el aprendizaje de los niños (NCEE, 2013, Morgan, Farkas & Maczuga, 2015). Más que ser consideradas como meta-prácticas en sí mismas, bajo la mirada de favorecer unas u otras en la enseñanza de las matemáticas, los expertos recomiendan un equilibrio entre ambos tipos de estrategias para lograr una enseñanza efectiva (Anthony & Walshaw, 2009; NCCA, 2014) o acotar su uso dependiendo del contexto y las capacidades de los niños (Bodovsky & Farkas, 2007; Guarino, Dieterle, Bargaglioti & Mason, 2013). Por ejemplo, los estudios realizados por Guarino y colaboradores (2006) y los Bodovsky y Farkas (2007) evidencian que el énfasis en prácticas tradicionales, así como una instrucción centrada en el estudiante (hacer que los niños expliquen cómo resolver un problema) están asociadas con ganancias de aprendizaje en kínder. No obstante, investigaciones posteriores revelan que el trabajo con ejercicios de entrenamiento caracterizada como una estrategia dirigida por el profesor (teacher-directed) y que es propia de los libros de texto o las guías que proponen educadoras, son efectivas en los niños que ingresan con altos niveles de habilidades matemáticas al grado kínder (Bottia, Moller, Mickelson & Stearns, 2014).

Por su parte, Morgan y colaboradores (2015) encontraron que en el caso de los niños (ingresando a primer grado) con dificultades en matemáticas, el uso de estrategias consideradas como dirigidas por el docente, resultan más asociadas a su aprendizaje debido a que requieren poca concentración, memoria de trabajo y lenguaje. Mientras que aquellas estrategias centradas en el estudiante tales como el uso de manipulativos, música o movimiento y tutoría de pares no se encuentran asociadas con ganancias de aprendizaje. En esta misma línea, Guarino Bargaglioti y Mason (2013) encuentran que trabajar con manipulativos (centrada en el estudiante) y completar problemas de la pizarra (dirigida por el docente) contribuyen al logro en matemáticas en niños de kínder y que explicar cómo se resuelven los problemas matemáticos (centrada en el estudiante) es importante para niños de primero básico dado que cuentan con mayor facilidad para expresarse.

De lo anterior, es posible observar la dificultad de establecer si son las estrategias centradas en el estudiante o las dirigidas por el profesor, las que mayor impacto positivo tienen en los aprendizajes de los niños. Lo que si se puede deducir, es que algunas estrategias centradas en el estudiante y algunas dirigidas por el docente tienen efecto en las ganancias de aprendizaje. Así, algunas estrategias serán más efectivas para memorizar

hechos numéricos, mientras que otras estrategias de enseñanza serán más efectivas para una comprensión conceptual profunda e incluso existen unas más efectivas para ejecutar con fluidez procedimientos complejos. Estudios realizados en el nivel de kínder, han encontrado que los maestros que enfatizan habilidades de pensamiento superior implementan estrategias más centradas en los niños, mientras que los maestros que enfatizan más el desarrollo de habilidades básicas utilizan estrategias dirigidas por el docente y menos centradas en el niño (Stipek, 2004). Por tanto, su uso y relación con el aprendizaje dependerá del tipo de objetivo que se persiga con la enseñanza de las matemáticas: habilidad y destreza en procedimientos o la comprensión conceptual (Hiebert & Grouws, 2007).

d) Análisis de las estrategias de enseñanza

Como se revisó anteriormente, cada uno de estos enfoques (centrado en el niño o centrado en el profesor) involucran distintos elementos que se pueden tomar en cuenta a la hora de analizar las estrategias de enseñanza que se implementan en la clase de matemáticas. Así, cada enfoque utiliza distintas estrategias respecto: las diversas formas de organizar un grupo, estrategias relacionadas con el tipo de recursos a utilizar, estrategias que tienen que ver con el tipo de intercambios maestro-alumno, estrategias asociadas al tipo de trabajo que se hace en la clase y estrategias que se relacionan con el tipo de preguntas que se plantean en la sala. La Tabla 5 sintetiza las categorías a tener en cuenta para analizar las estrategias de enseñanza.

Tabla 5
Categorías de análisis de las estrategias de enseñanza

Categoría	Descripción
Organización social de la clase (OSC)	Esta categoría es importante al momento de analizar las prácticas de las educadoras, puesto que apunta a la forma cómo se elige organizar a los niños para el desarrollo de las tareas. En Chile se sabe que para el segundo ciclo básico, los niños tienden a desarrollar las tareas de manera independiente con poco o ningún intercambio entre estudiantes (Radovic & Preiss, 2010). Bajo esta subcategoría se agrupan los ítems de estrategias centradas en el niño o dirigidas por el profesor que corresponden a indicadores sobre la organización social de los estudiantes en la sala de clase, elegido para el desarrollo de las tareas.
Recursos de la clase Uso de manipulativos	Esta categoría se toma en cuenta, ya que las recomendaciones oficiales para la enseñanza de las matemáticas en la primera infancia, resaltan el uso del material concreto y el juego, por sobre el desarrollo de conceptos de manera abstracta. No obstante, advierten la necesidad de que el uso de los manipulativos se encuentre orientados hacia las matemáticas.

Discurso matemático	Música y/o movimiento	La música y movimiento también se consideran dentro de las recomendaciones para la enseñanza de las matemáticas a los niños. Además diversas investigaciones han estudiado su relación con las ganancias de aprendizaje con resultados diversos. Se desagregó de la anterior subcategoría por razones de codificación en el caso de que se presente una y otra no. Por ejemplo que canten durante la clase pero no trabajen con material concreto en ningún momento.
	Ejercitación	Como se mostró anteriormente, se han encontrado grandes beneficios de las prácticas de ejercicios y el entrenamiento matemático. Aunque no aparece una referencia explícita en los documentos estudiados, se decidió incorporarla porque es habitual encontrarla en las salas de matemáticas. En Chile la evidencia muestra que los profesores no solo emplean este tipo de estrategias sino que además constituye casi la forma privilegiada de enseñar matemáticas (Preiss, 2009; Rodríguez, Carreño, Ochsenius & Muñoz, 2015).
	Trabajo matemático (TM)	A modo general, en esta categoría se describe lo que hace la educadora o lo que hacen los niños respecto a un concepto matemático en cuestión. La ventaja de introducir esta subcategoría es que también involucra aquellas acciones de las educadoras en donde presentaba la tarea, o activaban conocimientos previos y que no se habían considerado en el primer diseño. De esta manera, la subcategoría recoge estrategias tanto dirigidas por el docente como centradas en el niño que apuntan hacia la descripción del trabajo matemático de la clase.
	Uso de preguntas (UP)	Las preguntas desafiantes son una estrategia muy recomendada dentro de los documentos y corresponden a la puerta de entrada para ver el desarrollo del discurso matemático de la clase. En el caso de Chile por ejemplo, se ha encontrado que las preguntas de la clase de matemáticas, están orientadas al control del flujo de la clase más que a la comprensión de contenidos matemáticos. Por lo general, son preguntas de baja apertura y se usan para monitorear el recuerdo del concepto (Radovic & Preiss, 2010). En esta subcategoría se agrupan las estrategias dirigidas por el docente y centradas en el niño que describen el flujo de preguntas de la clase según su apertura.
	Explicación de ideas matemáticas (EIM)	Esta estrategia también se recomienda en la medida que promueve el desarrollo de las ideas matemáticas de los niños y se encuentra relacionada con la forma en que la educadora responde ante el trabajo matemático de los niños. Si solo establece si esta correcto o no, o si por el contrario pide explicaciones de los razonamientos subyacente. En esta categoría se recogen las estrategias que describe que tipo de intercambio favorece la educadora.
	Intercambios (IT)	Los intercambios se relacionan también con las categorías anteriores en la medida que guardan relación con las formas del discurso matemático de la clase. Es considerada como una estrategia efectiva en la medida que promueve el desarrollo de conceptos matemáticos en los niños y el desarrollo del lenguaje. En las aulas chilenas que han abordado el estudio de esta estrategia, se ha encontrado que predomina el habla del profesor y las intervenciones del los estudiantes son escasas o nulas (Radovic & Preiss, 2010). En categoría se agrupan estrategias centradas en el niño o dirigidas por el profesor, que muestran el flujo de habla de la clase.

Nota. Fuente: elaboración propia

Como se puede apreciar en la Tabla 5, se consideran tres dimensiones a la hora de estudiar las estrategias de enseñanza. Éstas tienen que ver con la organización social de la clase, el uso de recursos y el discurso matemático, dado que son las que mayor evidencia y discusión han generado en la enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario y en la enseñanza de las matemáticas en general. Si bien existen otros elementos a considerar, ampliamente discutidos tales como el uso del error, para la presente investigación se decidió acotar la variedad de estrategias teniendo en cuenta el nivel escolar al cual se dirige el estudio y con el fin de considerar otros elementos que también son importantes

a la hora de analizar la enseñanza de las matemáticas en educación parvularia, como lo son las interacciones; en lo que sigue se desarrollará este punto.

II.2.2.3. Las interacciones pedagógicas de calidad.

El proceso de enseñanza- aprendizaje, entendido como un intercambio comunicativo (Rizo, 2007), se encuentra fundamentado en las interacciones que ocurren en el aula como subsistema de la escuela, donde se concreta, construye y desarrolla la enseñanza y aprendizaje de los conocimientos definidos por el currículum (Villalta & Martinic, 2009). Por tal razón, uno de los focos fundamentales para la enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario consiste en la promoción de las interacciones efectivas y de calidad entre profesor y alumno, pero también entre los mismos alumnos y entre los niños y el material disponible (de Castro, 2007). De esta forma, las interacciones que ocurren diariamente en la sala de clases son consideradas como el principal mecanismo a través del cual los niños aprenden (Downer, Sabol & Hamre, 2014; Hamre & Pianta, 2007).

Las investigaciones relacionadas con el análisis de las interacciones en la Educación Parvularia (y también el nivel de educación básica y media), declaran que existen factores cognitivos, comportamentales y emocionales relacionados con las interacciones efectivas asociadas a mayor aprendizaje (La Paro, Pianta, & Stulman, 2004). Teniendo en cuenta estos aspectos, Pianta, La Paro y Hamre (2008) proponen un lente denominado CLASS (Classroom Assesment Scoring System), dirigido a observar la efectividad de las interacciones profesor-alumno, agrupándolas en tres dominios, (a) apoyo socioemocional; b) organización de la sala; y, c) apoyo instruccional. Las investigaciones que se han dedicado a observar las prácticas de los docentes de párvulos utilizando este instrumento, establecen que existe una relación entre la calidad de las interacciones profesor-niño y el logro académico general y, más específicamente, con el desempeño matemático relacionado con habilidades básicas tales como resolución de problemas, conteo, etc. (Hamre & Pianta, 2005; Howes et al., 2008; Mashburn et al, 2008; Leyva, Weiland, Barata, Yoshikawa, Snow, Treviño, & Rolla, 2015). Esto quiere decir que en las salas de prekínder y kínder caracterizadas por un alto apoyo emocional (consideración de la perspectiva de los estudiantes y la sensibilidad del profesor), una mejor organización de los tiempos destinados a la instrucción y un alto apoyo instruccional (desarrollo de conceptos, retroalimentación de calidad), muestran un rendimiento en matemáticas (y en lenguaje) mayor que aquellos niños que asisten a salas de párvulos donde estas

dimensiones se encuentran en niveles bajos (Hamre & Pianta, 2005; Leyva et al., 2015; Phillips, Gormley & Lowenstein, 2009).

Como un ejemplo de lo anterior, estudios realizados en el área específica de la enseñanza de la matemática han establecido que los maestros que se enfocan en el desarrollo de conceptos matemáticos, modelan efectivamente el lenguaje y proveen retroalimentaciones que extienden el pensamiento de los niños, logran que sus estudiantes tengan mayores ganancias en el aprendizaje, tanto en matemáticas como lenguaje (Mashburn et al, 2008). En particular, investigaciones a nivel internacional que se centran específicamente en estudiar la medida en que las representaciones matemáticas y el uso del lenguaje se relacionan con el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños, han mostrado que una mayor exposición a lenguaje matemático en los intercambios discursivos de la clase (recitar palabras número, contar, determinar la cantidad de elementos de un conjunto, etiquetar) promueve un aumento en el conocimiento matemático convencional y contribuye al desarrollo de habilidades matemáticas en los niños preescolares (Klibanoff, Levine, Huttenlocher, Vasilyeva & Hedges, 2006). Por tal razón, garantizar la calidad de las interacciones en las salas de párvulos, en las dimensiones sociales e instruccionales, constituye un elemento fundamental para promover el desarrollo de habilidades matemáticas fundacionales y prevenir las brechas de logro que se observan y aumentan a lo largo de la escolaridad (Bodovsky & Farkas, 2007; Clements & Sarama, 2011; Dearing, Mc Carni & Taylor, 2009).

No obstante, diversos estudios nacionales e internacionales muestran que los ambientes de educación parvularia son socialmente positivos pero instruccionalmente pasivos (La Paro, Pianta & Stulman, 2004; Leyva et al., 2015; Phillips, Gormley & Lowenstein, 2009; Treviño, Toledo & Gempp, 2013), y además evidencian que el tiempo dedicado a matemáticas es reducido (Ginsburg, Lee & Stevenson, 2008; Phillips, Gormley & Lowenstein, 2009). Esto, por una parte, significa que los maestros de párvulos son exitosos en proveer un clima positivo para los niños, pero fallan a la hora de desarrollar conceptos y proveer retroalimentaciones que extiendan el pensamiento de los niños. Asimismo, no involucran a los niños en discusiones que los lleven a hipotetizar, predecir y desarrollar otras habilidades de pensamiento de orden superior, relacionadas con mejores resultados en los estudiantes (La Paro, Pianta & Stulman, 2004). Por otra parte, esto implica que, a pesar de la relación existente entre el tiempo de instrucción (en matemáticas) y el rendimiento en matemáticas (Engel et al., 2012), estudios nacionales

(Strasser, Silva & Lissi, 2009) e internacionales (Engel et al., 2012; Ginsburg, et al., 2008), muestran que aún es poco el espacio destinado para actividades matemáticas en las salas de párvulos. En efecto, Strasser, Silva & Lissi (2009), haciendo un estudio sobre la gestión del tiempo en las salas de párvulos chilenas, encuentran que del tiempo total que las educadoras de kínder dedican a actividades instruccionales, solo el 9% corresponde a matemáticas.

Adicionalmente, variadas investigaciones en Chile (Leyva et al., 2015; Treviño et al., 2013) muestran que las interacciones que se observan en aulas de párvulos poseen mejores resultados en los dominios que se relacionan con lo socioemocional y organizacional, por sobre la dimensión instruccional, que está más directamente relacionada con el aprendizaje de los estudiantes, como el desarrollo de conceptos, calidad de la retroalimentación y modelaje lingüístico.

A partir de lo anterior, generar antecedentes sobre la calidad de las interacciones en los momentos de instrucción matemática en párvulos permitirá determinar cómo se lleva a cabo la enseñanza en este nivel. Específicamente y teniendo en cuenta la orientación didáctica de esta investigación, se estudiarán las interacciones del CLASS asociadas al dominio de apoyo pedagógico que contempla las dimensiones de: desarrollo de conceptos, calidad de la retroalimentación y modelaje lingüístico.

II.2.3. Síntesis y claves para el problema de estudio

El interés principal de esta investigación está en la caracterización de las prácticas pedagógicas de las educadoras de párvulos, específicamente en la enseñanza de las matemáticas. Partiendo de la múltiples acepciones de la idea de práctica pedagógica, este estudio se sitúa desde el punto de vista didáctico, tomando en cuenta diferentes aportes teóricos. En primer lugar se consideró la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD), la cual concibe las prácticas docentes como una actividad humana institucionalizada que tiene una doble naturaleza: una cara práctica (tareas y técnicas) y una cara teórica que se materializa en un discurso que justifica, interpreta, reorienta e incluso la modifica. De esta manera, se considera que el profesor pone en acción una Organización Didáctica (OD), con el fin de que los estudiantes construyan una Organización Matemática (OM). La OM, corresponde a la modelización estática del trabajo matemático, donde el saber matemático aparece organizado en las tareas que se estudian, las técnicas que se utilizan para abordarlos, las descripciones de las técnicas y la teoría que da sentido a las tareas

que se estudian. Por su parte la OD, corresponde a la dimensión dinámica que hace referencia a las formas de organizar el estudio de una OM, considerando a su vez tareas, técnicas, tecnologías y teorías, que se despliegan para la ayuda al estudio. En segundo lugar, con base en esta aproximación y para efectos de los objetivos de investigación, se profundizó en el concepto de tarea matemática, con el fin de poder tipificar las tareas matemáticas de la clase. De esta manera, se considera que de acuerdo a los tipos de procesos que se demanda a los alumnos para el desarrollo de una tarea matemática, existen tareas que hacen uso de procesos rutinarios y memorísticos (tareas básicas o de localización) y tareas que involucran procesos de pensamiento complejo (tareas avanzadas o tareas de principios), las cuales hacen parte de las experiencias matemáticas que se vivencian en el aula. Esta clasificación se toma como base para la interpretación y análisis de la actividad matemática. En tercer lugar y aparte de las tareas, se tomaron en cuenta dos categorías más para la caracterización de las prácticas docentes; estas son las estrategias didácticas y las interacciones. Si bien la TAD propone elementos para el análisis de la gestión didáctica, se partió de la idea más general de estrategias didácticas y su clasificación -estrategias centradas en el niño y estrategias centradas en la educadora-, con el fin de tener una visión amplia de la gestión de la clase.

Finalmente y considerando las multiplicidad de interacciones que despliegan en la sala de clases, se utilizan los aportes del lente CLASS para el análisis de las interacciones de la clase. Con base en esta aproximación las interacciones de la clase se pueden organizar en tres dominios: (a) apoyo socioemocional, (b) organización de la sala y (c) apoyo instruccional. Teniendo que los intereses de investigación, se estudiarán las interacciones del CLASS asociadas al dominio de apoyo pedagógico que contempla las dimensiones de: desarrollo de conceptos, calidad de la retroalimentación y modelaje lingüístico.

II.3. Factores asociado al ejercicio de las prácticas docentes.

II.3.1 Expectativas académicas.

Diversas investigaciones muestran que los profesores tienen preconcepciones sobre cómo deben ser los procesos de enseñanza de las matemáticas, las que se basan en las propias expectativas que tienen sobre los estudiantes (Mizala, Martínez & Martínez, 2015). De esta manera, las decisiones que toman los docentes a la hora de organizar la enseñanza y de emplear uno u otro enfoque, además de factores académicos, se encuentran relacionadas con factores propios del pensamiento de los docentes (actitudes, creencias,

conocimientos), que pueden incorporarse en la forma de expectativas del desempeño de sus estudiantes, afectando la enseñanza y el aprendizaje (Clark & Peterson, 1986; Fang, 1996). Así, los juicios que los profesores hacen sobre la cantidad del progreso académico que creen que sus estudiantes lograrán al final del año (por ejemplo), tienen un rol significativo en las interacciones que entablan con ellos, comportándose de manera distintas con los estudiantes hacia los que tienen altas o bajas expectativas (Brophy & Good, 1970). Por ejemplo, profesores con altas expectativas sobre sus estudiantes, tienen mayor confianza en sus capacidades para marcar diferencias en el aprendizaje y por ello dedican más tiempo para responder preguntas, ofrecen un *feedback* más preciso y detallado, demandan mayor trabajo y esfuerzo en el rendimiento académico y otorgan elogios con mayor frecuencia para las respuestas satisfactorias (Good & Brophy, 1990). En relación a la enseñanza de las matemáticas en la educación parvularia, la evidencia da cuenta de que aunque los profesionales de este nivel comparten la idea sobre la importancia de las matemáticas como área de estudio, sostienen la creencia de que los niños no están preparados para recibir educación matemática y, por ende, creen que una educación centrada más habilidades socioafectivas que en habilidades matemáticas debe tener lugar en esta etapa (Ginsburg, Lee & Stevenson, 2008). Así, la evidencia ha mostrado que los profesores de educación inicial creen que las matemáticas son importantes, pero al mismo tiempo consideran que los niños pequeños no se encuentran preparados para aprenderlas (Lee & Ginsburg, 2009).

II.3.2. Ansiedad matemática

Otro factor relacionado con las prácticas en matemáticas de los docentes, que a su vez se relaciona con las expectativas antes mencionadas, es su actitud hacia las matemáticas y, más específicamente, *la ansiedad matemática*. Por ansiedad matemática se entiende el estado de tensión que se produce en algunas personas cuando realizan operaciones numéricas o resuelven problemas matemáticos en diferentes situaciones académicas y cotidianas (Richardson & Suinn, 1972). A nivel cognitivo, la ansiedad matemática afecta la capacidad de resolver problemas matemáticos reduciendo la memoria de trabajo disponible (Ashcraft & Kirk, 2001). A nivel personal, la ansiedad matemática afecta el gusto por las matemáticas, la educación matemática y las decisiones vocacionales (Hembree, 1990). De hecho, muchos estudios han comprobado que los niveles de ansiedad matemática no se distribuyen uniformemente entre estudiantes de distintas

carreras universitarias, existiendo una gran prevalencia de ansiedad matemática en estudiantes de pedagogía, especialmente entre estudiantes de pedagogía básica y estudiantes de educación parvularia, lo que puede afectar directamente el ejercicio de sus prácticas (Baloglu & Koçak, 2006; Bessant, 1995).

En efecto, estudios realizados en USA con docentes de la escuela básica y media han encontrado que los docentes con altos niveles de ansiedad son menos exitosos en abordar conceptos matemáticos complejos y dedican menos tiempo a la enseñanza de los mismos (Gresham, 2007). Adicionalmente, tienden a emplear más métodos de enseñanza tradicional (instrucción completa de la clase, trabajo individual), en detrimento de metodologías como el trabajo en grupos (Bush, 1989; Gresham, 2007), lo cual afectaría la capacidad de los profesores de crear ambientes inclusivos de aprendizaje (Mizala, Martínez & Martínez, 2015). Además, los profesores con altos niveles de ansiedad matemática promueven la dependencia del profesor y favorecen el uso de algoritmos por sobre procesos de razonamiento matemático (Karp, 1991). Estos altos niveles de ansiedad que influyen en las prácticas, a su vez, se relacionan con resultados más pobres de los niños, (Aslan, Gürğah & Tas, 2013) y, más especialmente, de las niñas (Beilock, Gunderson, Ramírez & Levine, 2010).

Adicionalmente, las investigaciones han revelado que los docentes de preescolar (en formación y en ejercicio) no se perciben como personas matemáticas (Palmer, 2008) y se sienten intimidados por las matemáticas, de manera tal, que evitan la enseñanza de conceptos matemáticos debido a su propia actitud negativa hacia las matemáticas o ansiedad matemática (Zacharos et al., 2007; Anders & Rossbach, 2015). En Chile, los estudios realizados con las educadoras de párvulos señalan que las dificultades presentadas para el desarrollo de las habilidades lógico-matemáticas, se relacionan con un temor generalizado hacia las matemáticas y la resistencia a desarrollarlas, provenientes de su propia historia escolar (Ormeño, Rodríguez & Bustos, 2013). Adicionalmente, los estudios realizados en torno a las expectativas de los docentes y la ansiedad matemática (con docentes en formación), han revelado que los estudiantes de pedagogía tienden a proyectar su propia ansiedad matemática en las expectativas que se forman sobre los alumnos. De esta manera, los futuros profesores con ansiedad matemática sobre la mediana tienden a asignar expectativas de rendimiento significativamente más bajas, que los participantes que tenían ansiedad matemática bajo la mediana (Mizala, Martínez & Martínez, 2015).

A partir de lo anterior, se puede apreciar que expectativas y actitudes (como la ansiedad matemática) se relacionan con la manera en que los profesores organizan la enseñanza en términos de los conceptos matemáticos que abordan, las tareas que se proponen y los métodos que emplean. Es importante analizar cómo estos elementos se relacionan con las prácticas de las educadoras de párvulos chilenas, con el propósito de entender el fenómeno y generar estrategias que permitan favorecer el desarrollo de prácticas efectivas en la enseñanza de las matemáticas en el nivel inicial. Igualmente, el estudio de estos factores, constituye un elemento importante a considerar en la formación inicial docente, con el propósito de crear alternativas que ayuden a que las futuras educadoras, tengan una mejor apertura hacia la enseñanza de las matemáticas y sus posibilidades de aprendizaje desde temprana edad.

II.3.3. Síntesis y claves para el problema de estudio

Retomando la idea de que las prácticas docentes tienen una doble componente -una de tipo práctico y otra de tipo discursivo que la orienta y justifica- se exploró en la literatura qué factores propios del docente se relacionan con el ejercicio de sus prácticas. Si bien para la TAD este discurso puede provenir de las concepciones pedagógicas de las educadoras (donde puede estar involucrada su formación inicial) o las teorías que perviven en la institución donde se lleva la práctica, se decidió considerar otro tipo de factores que intervienen en la acción pedagógica de las educadoras. Es así como se toman en cuenta que tanto las expectativas académicas y la ansiedad matemática, pueden ayudar a explicar las decisiones y actuar de las docentes, a la vez que pueden guardar cierto grado de relación con el aprendizaje matemático de los niños.

II.4. Hacia la idea de buena práctica

La calidad de las prácticas docentes puede ser analizada desde diferentes perspectivas. En particular, Fenstermacher y Richardson (2005) establecen que una enseñanza de calidad implica aquello que se enseña (contenido apropiado en busca de un objetivo valioso) y cómo se enseña (métodos empleados moralmente defendibles y fundamentados en concepciones compartidas de razonabilidad). De esta manera los autores afirman que una buena enseñanza, es aquella que adhiere a estándares altos relativos a contenido y formas de enseñar, a diferencia de una enseñanza exitosa que se encuentra más asociado

al logro del aprendizaje esperado y perseguido en la enseñanza. Así, no todas las instancias de buena enseñanza son exitosas y no todas las instancias de enseñanza exitosa, implican una buena enseñanza.

Por su parte Alsina y Planas (2009) y bajo la idea de buena enseñanza, afirman que una buena práctica (en Educación Matemática), es una manera de organizar la enseñanza, una situación donde alumnos y profesores colaboran por medio de conversaciones en las que construyen puentes entre el lenguaje escolar y lenguaje cotidiano al referirse a actividades contextualizadas que son cognitivamente estimulantes. En el desarrollo de esta práctica son necesarios conocimientos de las matemáticas, de otras materias, de las formas de interactuar unos con otros y del mundo (p.16). Así, bajo la perspectiva de buena enseñanza, al analizar una buena práctica se involucran aspectos que van mucho más allá de criterios de desempeño, basados en medidas o resultados. El objetivo de esta postura es caracterizar los elementos que pueden contribuir no solo a dar cuenta de lo que hacen los docentes sino a proponer lineamientos que guíen y orienten su práctica reflexiva. En lo que sigue se desarrollará en qué consiste la caracterización de una buena práctica en matemáticas y los elementos a tener en cuenta.

II.4.1. Caracterización de buenas prácticas

Para Montes y colaboradores (2014) cualquier caracterización de una buena práctica es, una caracterización subjetiva, que se corresponde con una visión subjetiva (aunque compartida) del mundo (cosmovisión). De esta manera, los autores afirman que ello lleva implícito una visión de la enseñanza, del papel de la escuela en la sociedad, del papel del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje, del papel del alumno en dicho proceso, del sentido de autoridad, de las relaciones personales, entre otros, que permite detallar lo que se podría considerar una concreción del pensamiento y de una filosofía de vida. En la Tabla 6 se detallan las dimensiones mencionadas por los autores, las cuales se focalizan en el modo cómo los profesores implementan sus prácticas, es decir el proceso de instrucción.

En un estudio chileno sobre buenas prácticas en matemáticas y lenguaje, a nivel de básica, Preiss y colaboradores (2014) proponen estudiar la buena docencia analizando tanto las estrategias que emplean (resolución de problemas, uso del error, relación con lo cotidiano, etc.) como el ambiente de la clase (reconocimiento y estímulo, espacio para la participación, vínculo profesor-alumno, etc.). Por su parte, Montes y su equipo (2014), en el contexto español, consideran que una buena práctica se caracteriza por la variedad

de focos matemáticos, entre los cuales el razonamiento y la resolución de problemas sean relevantes, el uso frecuente de contextos realistas en las actividades, que deben inducir un aprendizaje significativo, y el uso de estrategias didácticas que consideren los conocimientos previos y donde la exploración sea frecuente. Asimismo, estos autores postulan la importancia de tener en cuenta la motivación del alumnado y la importancia de las ayudas del profesor para apoyar el aprendizaje. Respecto a este último factor, Alsina y Planas (2009), se refieren bajo la idea de andamiaje, que conciben como una condición necesaria para que tenga lugar una retroalimentación adecuada entre enseñanza y aprendizaje. El andamiaje, puede darse en forma de preguntas, de reflexiones en voz alta, de síntesis de ideas, de modelación de actuaciones, donde las interacciones de los profesores con los alumnos se transforman en una ayuda en el sentido de favorecer el proceso de aprendizaje. Por otra parte y, específicamente para el caso de la Educación Primaria, D'Achardi (2015) hace algunas recomendaciones a tener en cuenta para el ejercicio de buenas prácticas. En primer lugar, propone que el niño debe tener un rol activo y protagónico en la construcción de conocimientos, de esta manera destaca un modelo de enseñanza centrado en el niño. En segundo lugar, postula la importancia de un clima estimulante que adapte los contenidos, a sus contextos, que atienda a las preguntas de los niños, que incorpore sus puntos de vista, en suma, un clima estimulante que recoja los intereses y necesidades de los niños y los usa a favor del desarrollo de sus habilidades, sociales, emocionales y cognitivas. Adicionalmente, la autora considera la importancia de una clara intencionalidad pedagógica por parte del docente, donde las experiencias de aprendizaje, se caractericen por objetivos claros, la multiplicidad de recursos y la mediación de la educadora. Finalmente, suma la gestión de recursos (humanos, materiales y tecnológicos) que optimicen la organización del aula con el fin de favorecer el aprendizaje.

Tomando en cuenta estos planteamientos, la presente investigación utilizará una noción de buena enseñanza, que implique tanto las tareas y estrategias empleadas para el desarrollo de un contenido matemático, como de las interacciones que se llevan a cabo en esos momentos. En la Tabla 6 se recopilan los elementos considerados para caracterizar una buena práctica desde la literatura revisada y se contrastan con las categorías definidas para esta investigación (tareas, estrategias e interacciones), ya que es a través de éstas últimas que se analizarán las buenas prácticas en el presente estudio.

En la Tabla 6 se observa que para caracterizar una buena práctica la mayor de los indicadores apuntan hacia las tareas y las interacciones entre profesor y alumno, haciendo notar la importancia que tienen éstas en los procesos de enseñanza-aprendizaje y en la reflexión sobre la práctica. Los indicadores asociados a tareas y estrategias, se enfocan principalmente en la resolución de problemas y el uso de recursos, así como el formato de trabajo. Finalmente se incluyó la categoría de los momentos didácticos desarrollada anteriormente, para hacer referencia a la evolución del proceso de estudio.

Tabla 6
Caracterización de buenas prácticas

Autor(es)	Categoría	Indicadores	Tareas	Estrategias	Interacciones	Momentos didácticos
Aguilar et al. (2014)	Foco matemático	Resolución de problemas	✓			
	Estrategias didácticas	Exploración frecuente Andamiaje del profesor Responsabilidad compartida profesor-alumno		✓	✓	✓
	Tareas	Contextos realistas	✓			
Preiss et al. (2014)	Estrategias de enseñanza	Relacionar con lo cotidiano Relacionar con contenidos previos Diversidad de estrategias de resolución Uso del error Uso creativo de recursos Explicitación de procesos de razonamiento Integración de contenidos Trabajo colaborativo	✓ ✓ ✓ ✓ ✓	✓	✓	
	Ambiente de aprendizaje	Reconocimiento y estímulo Vínculo profesor-alumno Participación espontánea Comunicación no verbal Manejo de la diversidad			✓ ✓ ✓ ✓ ✓	
Planas y Alsina (2009)		Colaboración profesor-alumno Enseñanza dialógica Uso de lenguaje especializado Contextualización en experiencias del alumno Uso de pensamiento complejo Andamiaje	✓ ✓	✓	✓ ✓ ✓	
D'Archadi (2015)		Niño como sujeto activo Uso permanente del juego y materiales concretos Clara intencionalidad pedagógica	✓	✓ ✓		

Nota. Fuente: elaboración propia

II.4.2. Síntesis y claves para el problema de estudio

Otro de los objetivos de esta investigación consiste en la descripción de buenas prácticas que puedan servir de referente para la enseñanza de las matemáticas en educación parvularia. Para ello se parte de la idea de que es una buena práctica en matemática, centrándose específicamente en la idea de buena enseñanza y su respectiva caracterización. Dicha postura se complementa con lo que se concibe como una buena práctica en educación parvularia y se establece que una buena práctica de enseñanza de las matemáticas en educación parvularia se caracteriza por tareas matemáticas enfocadas en la resolución de problemas, estrategias centradas en el niño e interacciones de calidad que favorecen el razonamiento y el pensamiento complejo.

II.5. Síntesis de aportes del marco teórico al problema de investigación

En síntesis, la evidencia descrita anteriormente permite tener una visión de los elementos (interacciones, tareas y estrategias) que permiten estudiar y calificar las prácticas de las educadoras de párvulos, así como los factores que estarían relacionadas con el ejercicio de ciertas prácticas, tales como las expectativas o los niveles de ansiedad matemática. También la literatura muestra cómo las prácticas de las educadoras tienen un efecto en el nivel de aprendizaje de los niños. Una caracterización teniendo en cuenta estos factores dará cuenta, no solo de la forma en que se realizan los procesos de enseñanza de las matemáticas en el nivel parvulario, sino que además permitirá caracterizar el conocimiento matemático que se pone en juego en las salas de clase.

En consecuencia y, dado que en Chile se cuenta con escasa evidencia sobre las prácticas de las educadoras en matemáticas, esta investigación buscará caracterizar las prácticas en matemáticas de educadoras de párvulos chilenas, en términos de la calidad de las interacciones, las características de la instrucción y también determinar los factores explicativos asociados a ellas. Adicionalmente, este estudio buscará detallar con mayor riqueza las buenas prácticas observadas en las educadoras, con el fin de contar con ejemplos que ayuden a iluminar las recomendaciones de políticas de formación inicial. Asimismo y, dado que la literatura muestra que las prácticas pedagógicas tiene un efecto en los aprendizajes de los niños, también se llevará a cabo el esfuerzo de intentar explicar los aprendizajes de los niños a partir de las prácticas de las educadoras.

Con todo lo anterior, se buscará dar cuenta de las capacidades instaladas y brindar una guía de los aspectos que se necesitan mejorar, lo cual puede aportar herramientas para la

política pública en aras de desarrollar programas que apunten a la mejora de las capacidades de enseñanza de las matemáticas en las educadoras.

III. MARCO METODOLÓGICO

En este capítulo se describen las decisiones tomadas y las acciones realizadas para cumplir con los objetivos propuestos en la presente investigación.

III.1 Diseño metodológico

Considerando la escasa evidencia sobre las prácticas de enseñanza de matemáticas en las salas de párvulos chilenas, se propone una investigación exploratoria, descriptiva (Hernández, Fernández & Baptista, 2014), correlacional, no experimental. El diseño de investigación que se propone usa un enfoque de métodos mixtos (Creswell, 2014). El uso de estos métodos permite considerar tanto técnicas cuantitativas, como cualitativas para estudiar un problema de investigación complejo que abarca preguntas de investigación de tipo descriptivo y comprensivo (Hanson et al., 2005). Esta aproximación es definida por Hernández, Fernández y Baptista (2014) como un “conjunto de procesos sistemáticos, empíricos y críticos de investigación e implican la recolección y análisis de datos cuantitativos y cualitativos, así como su integración y discusión conjunta, para realizar inferencias producto de toda la información recabada” (p. 534). En este marco, esta investigación utilizará un diseño secuencial exploratorio (Creswell, 2014). Secuencial, en la medida que presenta dos fases. La primera fase, de naturaleza cuantitativa, se orienta a obtener un panorama general acerca del fenómeno estudiado, en términos de las características de prácticas de enseñanza de las matemáticas de las educadoras de párvulos, factores asociados a ellas y su relación con el aprendizaje de los niños. Además, entregará insumos para la selección de casos para la siguiente etapa (Bryman, 2006). La segunda fase, de naturaleza cualitativa, se orienta a identificar y describir buenas prácticas de las educadoras de párvulos con énfasis en la profundización y el conocimiento, más que en la generalización de los resultados, todo mediante el análisis de episodios de clase enfocados en la enseñanza del número natural.

Como dato contextual, es importante tener en cuenta que el presente estudio se enmarca en el proyecto Fondecyt N° 11140899 denominado “*Influencia de las variables familiares, instruccionales y del niño en el desarrollo de habilidades matemáticas de niños preescolares chilenos*”.

III.2. Fase cuantitativa

III.2.1. Participantes

La muestra para este estudio correspondió a 18 educadoras de párvulos de salas de prekínder pertenecientes a escuelas ubicadas en la zona urbana del gran Santiago, con aproximadamente 15 niños/as por sala (270 niños en total aproximadamente). Esta decisión se tomó, en primer lugar, porque este corresponde al primer nivel de transición a la escuela en el sistema educativo chileno y los niños que ingresan a éste provienen de la diversidad de centros de provisión de educación parvularia que existen en el país. En segundo lugar, porque prekínder corresponde al nivel más representativo de párvulos, debido a las tendencias escolarizantes del kínder en aras de la preparación al primero básico. Y, por último, porque la evidencia muestra que las brechas de logro en matemática empiezan a aparecer a partir de este nivel (Bodovsky & Farkas, 2007). En relación al tamaño de la muestra, se consideró suficiente para los análisis que se utilizaron para responder las preguntas, dado que otros estudios (Beilock et al., 2010; Strasser & Lissi, 2009) que han realizado análisis similares consideran adecuado un n menor a 20.

III.2.2. Procedimientos

El contacto con los colegios, así como la respectiva solicitud de consentimientos tanto a los padres como a las educadoras, se realizaron en el marco del proyecto Fondecyt en el cual se enmarcan estos datos y fueron aprobados por un comité de ética certificado.

Las clases analizadas fueron grabadas en video durante la temporada de invierno-primavera del año 2016. Para identificar cuando grabar las clases, se solicitó a las educadoras que indicaran el día en que trabajarían alguna actividad de matemática, por tanto, las grabaciones corresponden a días en que se abordaron experiencias matemáticas. Las filmaciones se realizaron con foco en la educadora, de tal manera que representara una mínima invasión a la privacidad de los niños. El diseño contempló la grabación de video de dos jornadas completas por aula, que duró desde la entrada de los niños al colegio hasta la salida, no obstante, para efectos del presente estudio, se contó con 31 grabaciones.

III.2.3. Instrumentos

a) Interacciones

Para la recolección de información sobre la calidad de las interacciones en los tiempos de instrucción matemática, se empleó el instrumento CLASS (Classroom Assessment

Scoring System) (Pianta et al., 2008). Este instrumento clasifica las interacciones entre profesores y estudiantes en tres dominios: apoyo emocional, organización de la clase y apoyo instruccional. Este instrumento se encuentra ampliamente validado a nivel internacional (La Paro, et al., 2004) y también ha sido utilizado en el análisis de las interacciones en las salas de párvulos chilenas (Treviño, Toledo & Gempp, 2013; Leyva, Weiland, Barata, Yoshikawa, Snow, Treviño & Rolla, 2015; Treviño, Varela, Romo & Nuñez, 2015). En relación a la a la calidad de las interacciones en los momentos de instrucción matemática, Jacobi-Vessels y colaboradores (2016) haciendo uso de este lente, han resaltado prácticas efectivas de la enseñanza de las matemáticas examinando las interacciones en términos de la organización del aula y de apoyo pedagógico. Más específicamente, los autores emplean las dimensiones correspondientes al desarrollo de conceptos y los formatos pedagógicos para la enseñanza y el aprendizaje. Tomando como base la amplia difusión del instrumento y en relación a los objetivos de este estudio, se analizó el dominio de apoyo pedagógico, el cual contempla las dimensiones de desarrollo de conceptos, calidad de la retroalimentación y modelaje lingüístico. Cada dimensión se evaluó a partir de los indicadores provistos por la pauta, basados en una escala Likert de 7 puntos categorizada como bajo (1, 2), medio (3, 4, 5) y alto (6, 7). Teniendo en cuenta los protocolos seguidos en investigaciones precedentes que emplearon dicho instrumento, se dividió la jornada completa en segmentos codificables de 15 minutos, de los cuales se eligieron cuatro, ubicados en distintos momentos de la clase (Treviño, Varela, Romo & Nuñez, 2015). La codificación de los cuatro segmentos fue realizada por la investigadora y una ayudante, cuya confiabilidad fue certificada por Teachstone2. Se hizo una doble codificación del 20% de la muestra, constatando consistencia adyacente superior al 75% y se utilizó como dato final el promedio del puntaje obtenido en los cuatro segmentos en cada una de las dimensiones consideradas para el presente estudio.

b) Tareas y estrategias

Para definir las características observables de cada variable, se revisaron estudios sobre la enseñanza de las matemáticas tempranas, haciendo énfasis en las tareas y estrategias que formaban parte del análisis. Todo esto con el fin de considerar los aspectos más relevantes de la enseñanza de la matemática en el nivel inicial. De esta manera y tomando como referencias diversos autores, entre los que se destacan Skwarchuk, 2009; Engel, Claessens & Finch, 2013; Zacharos, Koustourakis & Papadimitriou, 2014; Nguyen, Watts, Duncan, Clements, Sarama, Wolfe & Spitler, 2016; Púrpura & Lonigan, 2015;

Piasta, Pelatti & Miller, 2014 y NCEE, 2013, se obtuvo un amplio listado de tareas y estrategias a observar. Las tareas fueron organizadas de acuerdo a los ejes propuestos por el NCEE (Números y operaciones, geometría, espacio y medida, álgebra y datos) que a su vez toman en cuenta la organización realizada por el NCTM (*National Council of teachers of mathematics*) y que se corresponden en su mayoría con los ejes más usados a nivel internacional. Adicionalmente, se tuvieron en cuenta las trayectorias de aprendizaje para los primeros años planteados por Clements y Sarama (2009), puesto que constituyen un referente teórico respecto a la organización de la enseñanza de las matemáticas en los primeros años y permiten apreciar cómo varía el nivel de complejidad de los procesos matemáticos que desarrollan los niños.

Vale la pena resaltar que la mayoría de las investigaciones revisadas se enfoca en uno u otro eje, a lo sumo dos, con el fin de centrarse más en aquellos aprendizajes fundacionales y no en la cobertura curricular, que implicaría constatar el abordaje de todos los contenidos propuestos por el documento oficial de este nivel. No obstante, dado que para la presente investigación, no se contó con información previa sobre los contenidos a abordar en las clases, se consideró establecer una diferenciación por ejes dado que esto permitiría ver con mayor claridad no solo el tipo de tareas que se favorecen, sino que además las áreas de las matemáticas que mayor atención reciben en las salas de prekínder chilenas. La Tabla 7, muestra el resultado de este proceso.

Tabla 7
Ejes matemáticos en la educación parvularia para la identificación de tipos de tareas

Ejes	Definición
Números y operaciones	Involucra las tareas referidas a la comprensión de conceptos numéricos, sus formas y representación, y su uso en situaciones del día a día. Además involucra la exploración de los conceptos de adición y sustracción.
Geometría y patrones	Involucra las tareas referidas al reconocimiento de figuras y su asociación con sus atributos, así mismo involucra la identificación y producción de patrones.
Conciencia espacial y movimiento	Involucra las tareas que apuntan hacia el desarrollo de la conciencia espacial y el movimiento empleando el vocabulario relacionado

Medida	Involucra las tareas que apuntan hacia la comprensión y uso de los principios de medición, ordenación y clasificación de objetos de acuerdo con el tamaño, peso y longitud.
Secuenciación y tiempo	Involucra las tareas que apuntan hacia la comprensión del tiempo cronológico y el aprendizaje sobre las diferentes formas en que puede ser medido (reloj, calendario, cronómetro)
Azar y Datos	Involucra las tareas que promueven el registro, lectura e interpretación de información del medio.

Nota. Fuente: adaptado de Piasta, Pelatti y Miller (2014)

Con base en la Tabla 7, se elaboró un sistema de códigos que agrupó en categorías la diversidad de acciones realizadas en las experiencias de aprendizaje enfocadas en matemáticas. Se clasificaron las tareas en relación al objetivo que perseguían (por ejemplo, el reconocimiento del número) y que de acuerdo a la literatura son característicos de la etapa de educación inicial (Skwarchuk, 2009; Nguyen et al., 2016; Purpura & Lonigan, 2015, Piasta, Pelatti & Miller, 2014).

Para cada tarea se definieron indicadores que corresponden a conductas concretas de las educadoras y que permitían establecer el objetivo perseguido por la tarea. Estos indicadores abarcaron un espectro amplio de conductas, que permitió analizar una gran diversidad de tareas. La tabla 8 muestra las tareas incluidas en la pauta de codificación y resume algunos de los indicadores propuestos para su identificación en la observación.

Tabla 8
Clasificación de Tareas Matemáticas según su Objetivo y Ejemplos de sus Indicadores

Tarea	Ejemplo de Indicador
Conteo verbal	La educadora propone contar objetos de una colección de manera verbal.
Reconocimiento de número	La educadora propone seguir el trazo de un número o formar números con plastilina.
Subitización perceptual	La educadora muestra una ficha con un arreglo y pregunta cuántos hay.
Conteo con cardinalidad	La educadora pide construir una colección de elementos de una cantidad dada.
Conteo hacia adelante/hacia atrás desde un número dado	La educadora propone contar, por ejemplo, hasta el diez partiendo del 4.
Subitización conceptual	La educadora propone construir un número determinado como la composición de sus partes.
Operaciones	La educadora propone juntar los elementos de dos colecciones para determinar un total.
Reconocimiento de figuras	La educadora propone colorear fichas con figuras geométricas diferenciando cada una por color.
Repetición de patrones	La educadora propone repetir un patrón oral o auditivo.
Análisis de formas	La educadora pide contar los lados de triángulos, cuadrados y rectángulos.
Reproducción de patrones	La educadora pide duplicar un patrón de la forma AB con diversos elementos.

Señalar la posición relativa de objetos	La educadora pide aplicar un distintivo a los elementos que están ubicados en una posición específica.
Describir la posición relativa de objetos	La educadora pide describir la ubicación de los elementos que se encuentran en una posición determinada.
Medida de longitud por comparación directa	La educadora propone comparar directamente dos objetos para determinar su longitud.
Reconocimiento oral de secuencias de tiempo	La educadora pide a los niños que digan la secuencia de acciones que realizaron antes o después de un evento específico.
Organización de secuencias de tiempo	La educadora propone completar una secuencia temporal incompleta dibujando los eventos faltantes.
Ordenación clasificación	La educadora propone clasificar una colección de objetos de acuerdo a sus atributos.
Predicción	La educadora propone realizar predicciones, por ejemplo, sobre la caída de dientes en el mes.

Nota. Fuente: elaboración propia

Teniendo en cuenta el procedimiento seguido para la caracterización de las tareas, se realizó un camino similar para la definición de los indicadores de las estrategias que hicieron parte de la pauta. Con base en la revisión bibliográfica, se definieron categorías e indicadores que describían las principales acciones realizadas por las educadoras para gestionar los procesos de enseñanza. La Tabla 9 muestra las estrategias incluidas en la pauta de codificación y resume algunos de los indicadores propuestos para su identificación en la observación.

Tabla 9
Clasificación de estrategias e indicadores

Categoría	Ejemplo de indicadores
Organización social de la clase	La educadora dirige tareas que se desarrollan con el grupo completo. La educadora dirige tareas que se desarrollan en grupos pequeños.
Recursos	La educadora propone el uso de material concreto (bloques, maderas, objetos en general e incluso los niños como material) para enseñar matemáticas. La educadora propone el uso de juegos matemáticos.
Uso de preguntas	Oraciones afirmativas. Se proponen preguntas cerradas (una posible respuesta y solo esa es correcta).
Intercambios	La educadora dirige un habla pública (con el grupo completo) de exposición de ideas matemáticas sin intervención de los niños. La educadora dirige un habla pública (con el grupo completo) de preguntas y respuestas a un niño o al grupo entero.

Nota. Fuente: elaboración propia

La pauta de codificación (Anexo 3) se piloteó en tres momentos con dos codificadoras, una de las cuales fue la investigadora a cargo, con el fin de realizar los ajustes necesarios para su posterior aplicación y así alcanzar niveles de confiabilidad aceptables. En las tres ocasiones se aplicó a una muestra de 7 videos, alcanzándose un nivel de acuerdo entre

codificadoras de .72 (coeficiente Kappa de Cohen considerable)⁷. Los desacuerdos en la codificación fueron discutidos y resueltos. Gracias al proceso de pilotaje se vio la necesidad de crear una nueva categoría denominada *no trabajo matemático*, con el fin de recoger información sobre los momentos en los que se realizan actividades —dentro del segmento categorizado como matemáticas— que no se relacionan con un concepto o tarea matemática en particular. Así, se crea la categoría con sus respectivos indicadores, tal y como se muestra en la Tabla 10.

Tabla 10
Categoría No trabajo matemático, para la codificación de una clase

Categoría	Indicadores
No trabajo matemático (NTM)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ruido, interrupción, regulación de conducta. 2. Organización de la actividad: entrega de materiales, instrucciones y directrices que no involucren un concepto matemático). 3. Fin de la clase (gracias por venir, nos ordenamos para el recreo, guarden materiales).

Nota. Fuente: elaboración propia

Para cada grabación se determinó codificar las estrategias desde el inicio de la experiencia matemática hasta el final. Para el caso de las tareas, el inicio de una tarea se determinó por el comienzo del trabajo conjunto de los niños y educadora en ésta, y el final se marcó cuando la educadora se encontraba con menos de tres niños trabajando en ella. Los videos fueron codificados mediante la técnica de registro de comportamiento en intervalos continuos (1 minuto) (Eyzaguirre & Fontaine, 2008). En cada video, luego de definir el inicio y término de la experiencia, con la ayuda de un cronómetro, se realizaron marcas cada 30 segundos para observar por un período de 30 segundos y destinar otros 30 segundos para registrar la frecuencia de ocurrencia de las tareas. De esta forma, cada clase se segmentó en unidades de tiempo de 1 minuto. Este método empleado para observar clases, permitió además estimar la cantidad de tiempo invertido (Eyzaguirre & Fontaine, 2008) en las diferentes tareas matemáticas que las educadoras llevaban a cabo. El instrumento completo fue aplicado a la muestra de 31 videos donde se observó alguna experiencia matemática.

⁷ El coeficiente Kappa de Cohen refleja la concordancia inter-observador, ajustado por el azar. Un coeficiente Kappa entre .61 y .80 se cataloga como considerable o bueno.

c) Expectativas y ansiedad matemática

Para el análisis de las creencias y actitudes de las educadoras de párvulos, se empleó un cuestionario de autorreporte que incluyó las expectativas académicas, y una escala de ansiedad matemática. En relación a las expectativas, el instrumento constó de 12 ítems que comprendían afirmaciones sobre las competencias en matemáticas y lenguaje, de los niños (por ejemplo, resuelven problemas utilizando material concreto). Este instrumento ha sido utilizado específicamente para medir la correlación entre las expectativas académicas de los padres y las prácticas matemáticas del hogar reportadas, considerando que este constructo se encuentra compuesto por expectativas académicas tanto en lenguaje como en matemáticas (Lefevre et al., 2009; Skwarchuk, 2009). En este estudio se empleó para analizar la correlación entre las expectativas académicas de las educadoras y prácticas matemáticas observadas. El cuestionario usó una escala Likert de 1 (no importante) a 5 (extremadamente importante) para expresar su respuesta.

Adicionalmente, para medir la ansiedad matemática, se utilizó una selección de ítems de la escala sMARS (short Mathematics Anxiety Rating Scale) (Alexander & Martray, 1989). Este instrumento ha sido utilizado en estudios que buscan analizar cómo la ansiedad matemática influye en las expectativas sobre el desempeño de sus estudiantes (con niveles de confiabilidad de .94). Así, encuentran que profesores con una ansiedad matemática sobre la media tienen expectativas sobre el logro de sus estudiantes significativamente bajas (Mizala, Martínez & Martínez, 2015). En el presente estudio se usó una versión más corta con 8 ítems, donde las educadoras respondieron a preguntas acerca de cuán ansiosas se sentían ante diferentes situaciones (por ejemplo, estudiar para una prueba de matemáticas) usando una escala Likert de 5 puntos.

d) Habilidades matemáticas de los niños

Las habilidades matemáticas de los niños se evaluaron usando el subtest de Problemas Aplicados de la Batería III Woodcock-Muñoz (Muñoz-Sandoval et al., 2005). Este subtest de matemáticas ha sido ampliamente usado en estudios con población de habla hispana, y posee niveles de confiabilidad que fluctúan entre .89 y .94 (Muñoz-Sandoval et al., 2005). Además, cuenta con protocolos estandarizados de administración y asignación de puntajes y está diseñado para entregar un puntaje normativo que muestra las habilidades del niño en comparación con el promedio de la muestra normativa para los niños de esa edad. El subtest de Problemas Aplicados mide razonamiento cuantitativo,

conocimiento de matemáticas, y rendimiento matemático usando un estímulo verbal (pregunta) o visual (texto numérico) (Schrank, 2006).

III.2.4. Plan de análisis

Para los datos recabados en la primera fase cuantitativa se emplearon varios procedimientos. Los datos se analizaron mediante el uso de estadísticos descriptivos (frecuencias, porcentajes, promedios), técnicas de correlación y de regresión múltiple. El análisis de regresión múltiple tuvo como propósito analizar la relación entre un conjunto de variables (Hair et al, 1999). Específicamente en este caso, se propusieron dos modelos de regresión: el primero se empleó para evaluar la relación entre las prácticas, las expectativas y los niveles de ansiedad matemática (VD: prácticas de las educadoras). El segundo, buscó determinar la relación entre las prácticas de las educadoras y los aprendizajes matemáticos de los niños (VD). Teniendo en cuenta que los niños participantes estaban agrupados en salas de clases, se emplearon técnicas de HLM (Hierarchical Linear Modeling) para anidar datos de los niños a educadoras. Con este tipo de análisis se buscó examinar los efectos nivel 1 (niño), nivel 2 (sala-educadora) sobre el desarrollo de habilidades matemáticas de los niños. Para ello, se modelaron los efectos individuales e instruccionales como parámetros aleatorios a través de las salas y así se determinó si los efectos de las características individuales de los niños y los efectos de las características de las educadoras, eran significativamente diferentes en salas diferentes.

III.3. Fase cualitativa

III.3.1. Participantes

Para el desarrollo de la fase cualitativa se seleccionó de manera intencional una submuestra de 13 grabaciones (de las 31 iniciales del estudio) donde se abordaban tareas asociadas al eje números (según la pauta de codificación de tareas). Dado que la unidad de análisis considerada es la grabación y no la educadora, con el fin de tener mayor diversidad en la muestra, se buscó que todas las grabaciones fueran de educadoras diferentes. De esta manera finalmente se analizaron 6 episodios de clases o procesos de estudio del número.

III.3.2. Procedimientos

Los resultados de la fase cualitativa buscaron dar cumplimiento al último objetivo propuesto en esta investigación, que se encaminó a describir buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas en educación parvularia, específicamente a nivel de prekínder. Para ello, en primer lugar se optó por acotar el análisis a un solo eje temático dada la variedad encontrada en las observaciones. De esta manera, el eje números y operaciones quedó definido para realizar el análisis cualitativo de los datos. Se eligió este eje en primer lugar por la importancia que se le atribuye al número y al conteo en el desarrollo de habilidades matemáticas en los niños (Clements & Sarama, 2007) y en segundo lugar porque es el que presenta mejor distribución y mayor variabilidad, además de ser el eje que se observó con mayor frecuencia.

Para llevar a cabo esta etapa se realizaron dos fases: una primera con un afán comprensivo de las prácticas de las educadoras en torno a la enseñanza de los números desde la TAD, teniendo en cuenta la condición sistémica de la actividad matemática escolar, con el fin de establecer las características propias del estudio del número en las salas observadas. De esta manera, haciendo uso de la metodología del estudio clínico de sistemas didácticos (Espinoza, Barbé & Gálvez, 2011; Rickenmann, sf), se analizó la dimensión estática-curricular de la OM (organización matemática) propuesta en los programas de primer nivel de transición, así como la guía didáctica de las educadoras, en relación al número natural. De igual forma se buscó describir el proceso de estudio guiado por las educadoras mediante una caracterización de las OD (organizaciones didácticas) efectivamente construidas (dimensión fáctica), con el fin de dar una idea sobre la praxeología didáctica espontánea de las educadoras y así establecer el conjunto de condiciones sobre las cuales versa la aproximación hacia lo que sería una buena práctica en este contexto. En una segunda fase de los 6 videos se trataron de identificar ejemplos de tareas, estrategias e interacciones que cumplieran con algunas de las características descritas en la Tabla 6 sobre buenas prácticas (presencia/ausencia). No obstante, dado que tanto en las estrategias como las interacciones, la presencia de indicadores fue casi nula, se tuvieron en cuenta solo las tareas propuestas.

Tomando en consideración el objetivo de la fase cualitativa se siguió la siguiente secuencia de pasos para poder describir el par (OM, OD), (Espinoza & Azcárate 2000; Bosch, Espinoza & Gascón, 2003) y las buenas prácticas que emergen en este contexto.

1. Análisis del material curricular: Bases Curriculares para la Educación Parvularia, Mapas de progreso, guía didáctica primer nivel de transición y libro oficial del estudiante propuesto por el MINEDUC (OM).
2. Análisis de información de la actuación de las educadoras: grabaciones de clase correspondientes al eje números (OD).⁸
3. Identificación de buenas prácticas: pauta de buenas prácticas, instrumento Tabla 14.
4. Descripción de buenas prácticas: selección de fragmentos que pueden corresponder a buenas prácticas en la enseñanza del número.

III.3.3. Instrumentos

Para la descripción del par (OM, OD) se utilizaron rejillas de análisis teniendo en cuenta los elementos teóricos propios de cada componente de la OM y la OD. En primer lugar para definir la OM a enseñar, se buscó identificar, en los referentes curriculares, las tareas, técnicas, tecnologías y teorías que la conforman. La Tabla 11 describe este proceso.

Tabla 11.

Análisis de OM a enseñar

Nociones matemáticas	Géneros de tareas	Tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
----------------------	-------------------	--------	----------	---------------------------------

Nota. Fuente: Espinoza & Azcárate, (2000)

En la primera columna, se explicitaron las nociones matemáticas referidas al número y la numeración en el nivel de prekínder. La columna dos informó acerca de los géneros de tareas que se identifican en OM a enseñar. La columna tres mostró las tareas que se identificaron en torno a las nociones matemáticas de la columna uno. La cuarta columna

⁸ Vale la pena destacar que en la presente investigación hay ciertas restricciones metodológicas, dado que este es un análisis de datos secundarios. Por tal razón, los videos analizados no corresponden a una secuencia didáctica completa o el desarrollo de la unidad de números, sino más bien a fragmentos de clases que coincidieron con el abordaje de este tópico. De igual manera, al no tener contacto con las educadoras parte del estudio, no se cuenta con planificaciones, evaluaciones o entrevistas que pudieran brindar información adicional sobre los procesos de clase desarrollados. De esta manera, con el material disponible, aunque no se consigue una descripción completa de la praxeología didáctica de las educadoras, se obtiene información relevante que da cuenta sobre las OM y OD que se despliegan en la institución Educación Parvularia.

informó sobre las técnicas matemáticas que se utilizan para resolver las tareas de la columna tres. Finalmente, la quinta columna proporcionó las tecnologías y teorías que intervienen en la OM.

Una vez descrita la OM, para poder realizar el análisis del proceso de estudio vivido en el aula, se construyeron dos tablas diferentes que detallan los elementos característicos de dicho proceso, siguiendo los lineamientos planteados por Espinoza y Azcárate (2000). En la Tabla 12 se realizó la transcripción del proceso de estudio observado, utilizando los criterios generales que se exponen a continuación:

Tabla 12
Instrumento de análisis del proceso de estudio I

Momento didáctico	Actor principal	Objetos matemáticos presentes	Actividades de estudio
Episodio			

Nota. Fuente: Espinoza & Azcárate, (2000)

Siguiendo las pautas del instrumento (Espinoza & Azcárate, 2000), un episodio fue una descomposición intuitiva del proceso de estudio que se relaciona con un cambio en la acción que se realiza. En otras palabras, un episodio consistió en un fragmento de la clase con cierto significado conjunto, como para ser considerado en sí mismo para el análisis (Climent & Carrillo, 2007). El momento didáctico apareció de forma indicativa para situarse dentro del proceso de estudio y leer su desarrollo compacto en la tabla. El actor principal fue aquella persona que aunque existiendo interacciones, tenía la mayor responsabilidad sobre el desarrollo de la tarea matemática. Los objetos matemáticos presentes fueron aquellos que aparecieron en el discurso público del profesor o alumno en la clase. Las actividades de estudio correspondieron a la transcripción de los diálogos y actividades públicas sucedidas en el aula. El objetivo principal de esta primera tabla es plasmar en un soporte escrito el desarrollo de las clases observadas que proporcionó la base empírica para realizar posteriormente la estructuración del proceso de estudio en términos de momentos (Espinoza & Azcárate, 2000). Por su parte la segunda tabla (Tabla 13) permitió realizar un análisis más profundo del proceso de estudio descrito de forma global.

Tabla 13
Instrumento de análisis del proceso de estudio II

Tipos de problemas	Técnicas matemáticas	Elementos tecnológicos y teóricos	Momento dominante	Elementos de técnicas didácticas locales
Clase				

Nota. Fuente: Espinoza & Azcárate, (2000)

Esta tabla pretendía describir el proceso de estudio tal y como lo vivieron sus protagonistas: la agrupación de problemas en tipos de problemas se corresponde con la realizada por el profesor (de manera más o menos explícita); las distinciones entre técnicas tal y como se establecieron a lo largo del proceso. Finalmente, los elementos tecnológicos y teóricos que se presentan en las tablas son aquellos que aparecieron explícitamente en clase (Bosch, Espinoza & Gascón, 2003).

Una vez caracterizada la OM y su respectiva OD, como una descripción del contexto de las prácticas, se buscó identificar los episodios que podrían corresponder a una buena práctica y que cumplieran con las características expuestas en la Tabla 6, además de que estuvieran presentes tareas avanzadas y estrategias centradas en el niño. Para ello se creó un instrumento que buscó organizar los episodios teniendo en cuenta la complejidad de la tarea, el tipo de estrategias, interacciones y momentos, con las respectivas subdimensiones para cada categoría.

Tabla 14
Instrumento de análisis de buenas prácticas

Categoría	Descriptor	Episodio	Episodio
		A	B
		1	0
Tarea	Tareas numéricas avanzadas		
	Resolución de problemas		
	Contextos realistas/cotidianos		
	Diversidad de estrategias de resolución		

	Integración de contenidos
Estrategias	Estrategias centradas en el niño
	Responsabilidad compartida educadora-niño
	Trabajo colaborativo
	Uso de juegos y/o material concreto
Interacciones	Andamiaje de la educadora
	Explicitación de procesos de razonamiento
	Enseñanza dialógica
	Uso de lenguaje especializado
Momento didáctico	Exploración

Usando la tabla 14 se registró la presencia (1) o ausencia (0) de los descriptores que figuran en cada una de las categorías del instrumento de análisis.

III.3.4. Plan de análisis

Para el análisis de la información se realizó un proceso de codificación tomando en cuenta los instrumentos descritos anteriormente y las respectivas categorías preestablecidas. En el caso de los documentos curriculares se identificaron, tareas, técnicas, tecnologías y teorías, según los elementos propuestos desde la TAD. Para el caso de las videgrabaciones, se realizó la transcripción de las sesiones de clase desde el inicio hasta el final, luego se segmentó por episodios y finalmente se codificó la información tomando en cuenta las categorías definidas en los instrumentos construidos.

IV. RESULTADOS

Este capítulo describe los resultados organizados en dos grandes secciones: resultados cuantitativos y resultados cualitativos. La primera sección se hace cargo de los objetivos específicos relacionados con la caracterización de las tareas, estrategias e interacciones que emplean las educadoras para enseñar matemáticas, estableciendo también la relación entre las expectativas académicas y la ansiedad matemática de las educadoras con sus prácticas de enseñanza; y la relación de estas prácticas con el aprendizaje de los niños. La segunda sección presenta los hallazgos de la fase cualitativa de esta tesis, en relación a las buenas prácticas de enseñanza de las matemáticas de las educadoras de párvulos.

IV.1. Resultados fase cuantitativa

A continuación se muestran los resultados de los análisis descriptivos realizados. Los análisis se llevaron a cabo teniendo en cuenta las clases observadas (N=31) como unidad de análisis y no las salas participantes (N=18), con el fin de obtener una muestra mayor y, en consecuencia, mayor potencia estadística.

IV.1.1. Las tareas matemáticas en Prekínder

En la Tabla 15 se muestra tanto la frecuencia de observación (presencia) de cada tipo de tarea en las 31 grabaciones, como el tiempo invertido en ellas. Este último dato se calculó sumando los tiempos de todas las tareas matemáticas observadas en la muestra. El tiempo invertido se declara en cantidad de minutos invertidos en cada tarea, y también como el porcentaje del tiempo total invertido en cada tipo de tarea.

De esta forma se puede apreciar (en Tabla 15) que se presentaron 16 tipos de tareas en la enseñanza de las matemáticas en el nivel de pre-kínder. Las tareas más frecuentes abordan objetivos que apuntan, tanto al desarrollo de relaciones lógico-matemáticas (reconocimiento de formas, análisis de formas, medida por comparación indirecta, repetición de patrones, posición de objetos, organización de secuencias, ordenación, predicción), como a la cuantificación (conteo verbal, reconocimiento del número, conteo y operaciones). Es interesante notar que tareas como la subitización, que no corresponde a un aprendizaje esperado en el currículum chileno de Educación Parvularia, están presentes en al menos dos de las grabaciones estudiadas.

Específicamente respecto a la frecuencia, la Tabla 15 muestra que tareas asociadas al reconocimiento de número, tales como colorear y escribir números e identificar el símbolo, entre otras, se realizaron en mayor número. Asimismo, es posible notar que tareas como organización de secuencias de tiempo, señalar la posición de un objeto, entre otras, solo estuvieron presentes en una de las 31 observaciones. Resumiendo respecto a la frecuencia de aparición de tareas, se puede afirmar que en gran parte de las grabaciones se desarrollan tareas con foco en la cuantificación, mientras que las que tienen foco en las relaciones lógico-matemática aparecen menos, solo observándose en ocasiones.

Tabla 15
Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de tipos de tareas matemáticas

Variable	Frecuencia de la tarea	Tiempo invertido en tareas (en minutos)	Porcentaje de tiempo
----------	------------------------	---	----------------------

						invertido en la tarea			
						M	SD	Rango	
Tiempo total de tareas						27.26	13.01	7-53	
Tipo de tareas									
Conteo Verbal		10				0.58	1.14	0-5	2.12
Correspondencia	número-	13				5.84	10.35	0-44	21.42
	cantidad								
Reconocimiento de número		17				6.45	8.62	0-29	23.66
Subitización perceptual		2				0.10	0.39	0-2	0.36
Conteo con cardinalidad		13				3.06	5.43	0-19	11.22
Conteo adelante-atrás		1				0.03	0.18	0-1	0.11
Subitización conceptual		2				1.65	6.36	0-26	6.05
Operaciones		10				2.90	8.06	0-41	10.63
Reconocimiento de formas		4				2.48	9.50	0-51	9.09
Análisis de formas		2				1.71	6.82	0-33	6.27
Reproducción de patrones		1				0.06	0.35	0-2	0.22
Señalar posición de objetos		1				0.03	0.18	0-1	0.11
Medida por comparación		1				0.42	2.33	0-13	1.54
	indirecta								
		1				0.77	4.31	0-24	2.82
Organización	secuencias de	2				0.61	2.90	0-16	2.23
	tiempo								
		3				0.58	1.82	0-7	2.12
Ordenación/clasificación									
Predicción									

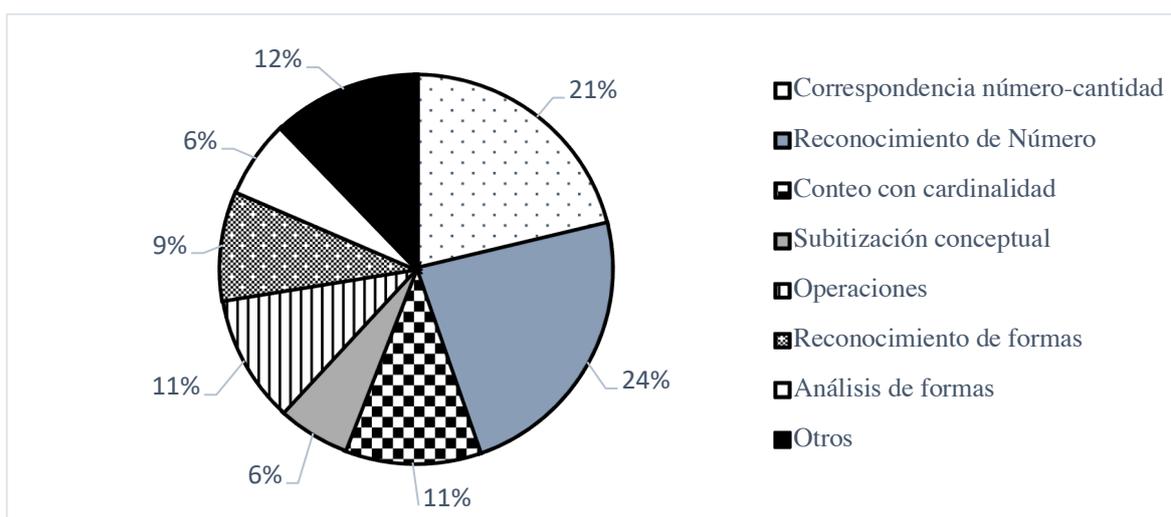
Nota. Las frecuencias se determinaron por la presencia/ausencia de la tarea por grabación, N=31. Los porcentajes del tiempo invertido en la tarea se calcularon con base en el tiempo total de la experiencia de aprendizaje observada M=27.26

IV.1.1.1 Distribución del tiempo en tareas matemáticas en Prekínder

En relación al tiempo, tanto en la Tabla 15 como en el Gráfico 1, se puede apreciar que la mayor parte del tiempo utilizado en tareas matemáticas se ocupa en tareas dirigidas al reconocimiento del número (24%) y al establecimiento de la correspondencia número-cantidad (21%). Esto significa que en casi la cuarta parte del tiempo de la experiencia de aprendizaje matemático, los niños realizan tareas que implican la escritura/lectura de

números (por ejemplo, moldear con plastilina) y el establecimiento de la relación número-cantidad-símbolo (por ejemplo, dado el símbolo 4 colorear 4 balones). Coincidentemente, las tareas en las que mayor tiempo se invierte son aquellas que se observan con mayor frecuencia en las grabaciones de la muestra, pero esto puede estar más relacionado con la forma en que se codificó cada una de las clases, dado que para identificar la tarea trabajada se marcaba presencia o ausencia de la misma en cada intervalo de un minuto.

Gráfico 1
Proporción del tiempo invertido por tipo de tarea



Por otra parte, un 11% del tiempo corresponde a tareas de conteo con cardinalidad, y similar cantidad de tiempo es invertido en el desarrollo de tareas relacionadas con operaciones. Las tareas asociadas al reconocimiento de formas (decir el nombre de una forma geométrica) corresponden solo a un 9% del tiempo de las tareas en la muestra total, mientras que el análisis de formas (determinar, números de lados, vértices, caras, etc.) corresponde a un 6% del tiempo. Adicionalmente, la subitización conceptual se presenta en un 6% del tiempo de las tareas en las clases de matemáticas observadas.

Las tareas de conteo verbal, ordenación/clasificación, organización de secuencias, medida por comparación indirecta e incertidumbre, constituyen cada una de ellas aproximadamente un 2% del tiempo total; mientras que las tareas de medida por comparación indirecta se observaron solo en el 1% del tiempo. Por último, tareas relacionadas con la posición relativa de objetos, subitización perceptual, reproducción de patrones y predicción fueron observadas con una frecuencia mínima en las 31 grabaciones que formaron parte del estudio. Así, estos resultados muestran que en las observaciones

realizadas, gran parte del tiempo se distribuye en tareas que abordan principalmente, procesos memorísticos de reconocimiento de la grafía del número, la reproducción del código y el uso de la convención matemática, por sobre el estudio de los procedimientos y estructuras matemáticas subyacentes a los contenidos del nivel. Estos procesos memorísticos, aunque habituales y necesarios como primer acercamiento a la comprensión del universo de ideas matemáticas, no constituyen el único medio para desarrollar las matemáticas en educación inicial.

Por otra parte, un análisis de correlaciones, tal y como muestra la Tabla 16 reveló que la asociación entre el tiempo empleado en cada una de las *tareas* fue en general pequeña, pero marginal en lo significativo, con algunas excepciones. Las grabaciones donde se observa mayor tiempo en *tareas* de conteo verbal, se observa a su vez mayor tiempo en tareas de conteo adelante-atrás ($r = .391, p = .03$)⁹ y subitización conceptual ($r = .435, p = .01$), quizás debido a que todas apuntan a procesos de conteo donde el dominio de la secuencia verbal es un paso fundamental. De manera similar en las clases donde se observa mayor tiempo en subitización perceptual tienden a invertir mayor tiempo en *tareas* de subitización conceptual ($r = .622, p = .00$), lo cual puede deberse a la relación entre los dos procesos de subitización. Adicionalmente, las clases donde se invierte un mayor tiempo en *tareas* de predicción e incertidumbre tienden a invertir un mayor tiempo en *tareas* de medición por comparación indirecta ($r = .552, p = .00$), lo cual se explica por el hecho de que en la única sala donde se trabajó medición coincidentemente trabajaron tareas asociadas a la predicción e incertidumbre. Adicionalmente, una mirada transversal por ejes, en relación a la frecuencia y tiempo de las tareas propuestas por las educadoras en las salas de prekínder, muestra un énfasis en los procesos de cuantificación en las salas estudiadas. De este modo un análisis de correlaciones (Tabla 17), reveló que la asociación entre el tiempo invertido en cada uno de los ejes es por lo general baja y no significativa, con excepción de que en las clases de matemáticas que invierten mayor tiempo en el eje números, tienden a invertir menos tiempo en el eje de geometría ($r = -.46, p = .009$).

⁹ r valor de correlación y p significancia estadística.

Tabla 16
Correlaciones entre tipos de tareas observadas en las 31 grabaciones de clases

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1 Conteo verbal	.30	.17	-.13	.09	.391*	.435*	-.11	-.14	-.13	-.09	-.09	-.09	-.09	-.08	-.06
	.10	.37	.49	.63	.03	.01	.56	.46	.48	.62	.62	.62	.62	.67	.77
2 Correspondencia 1-1		.08	-.02	-.22	-.10	-.04	-.06	-.15	-.15	-.03	.16	-.10	-.10	-.12	-.19
		.67	.91	.23	.58	.84	.75	.41	.43	.86	.38	.58	.58	.51	.32
3 Reconocimiento de Número			-.09	-.02	.485**	-.18	-.12	-.20	-.19	.23	.08	.01	-.14	-.16	-.16
			.63	.92	.01	.32	.51	.28	.30	.22	.68	.95	.46	.38	.40
4 Subitización perceptual				-.11	-.05	.622**	-.03	-.07	-.06	-.05	.423*	-.05	-.05	-.05	-.08
				.55	.81	.00	.88	.72	.74	.81	.02	.81	.81	.78	.67
5 Conteo con cardinalidad					.34	-.13	-.02	-.15	-.15	-.10	-.04	.20	-.10	.05	.00
					.06	.50	.90	.41	.43	.58	.85	.27	.58	.81	.98
6 Conteo adelante-atrás						-.05	-.07	-.05	-.05	-.03	-.03	-.03	-.03	-.04	-.06
						.80	.72	.80	.80	.86	.86	.86	.86	.83	.75
7 Subitización conceptual							-.05	-.07	-.07	-.05	-.05	-.05	-.05	-.06	-.09
							.81	.71	.72	.80	.80	.80	.80	.76	.65
8 Operaciones								-.10	-.09	.00	-.07	.00	-.07	-.08	-.06
								.60	.62	.99	.72	.99	.72	.67	.77
9 Reconocimiento de formas									.07	-.05	-.05	-.05	-.05	-.06	-.09
									.73	.80	.80	.80	.80	.76	.65
10 Análisis de formas										-.05	-.05	-.05	-.05	-.05	-.08
										.80	.80	.80	.80	.77	.66
11 Reproducción de patrones											-.03	-.03	-.03	-.04	-.06
											.86	.86	.86	.83	.75
12 Señalar la posición relativa de objetos												-.03	-.03	-.04	-.06
												.86	.86	.83	.75

13	Medida por comparación indirecta	-.03	-.04	.552**
		.86	.83	.00
14	Organización de secuencias de tiempo		-.04	-.06
			.83	.75
15	Ordenación, clasificación			.06
				.74
16	Predicción			-

*. La correlación es significativa al nivel .05

** . La correlación es significativa al nivel .01

Tabla 17
Correlaciones entre ejes temáticos de tareas

	2	3	4	5	6
1 Números y operaciones	-.462*	.086	-.018	-.239	-.324
	.009	.645	.922	.196	.076
2 Geometría y patrones		-.066	-.066	-.066	-.124
		.726	.726	.726	.507
3 Conciencia espacial			-.033	-.033	-.063
			.859	.859	.737
4 Medida				-.033	.253
				.859	.170
5 Secuenciación y tiempo					-.063
					.737
6 Aza y datos					-

** . La correlación es significativa al nivel .01 (bilateral).

IV.1.1.2 Distribución del tiempo de tareas según el nivel de complejidad

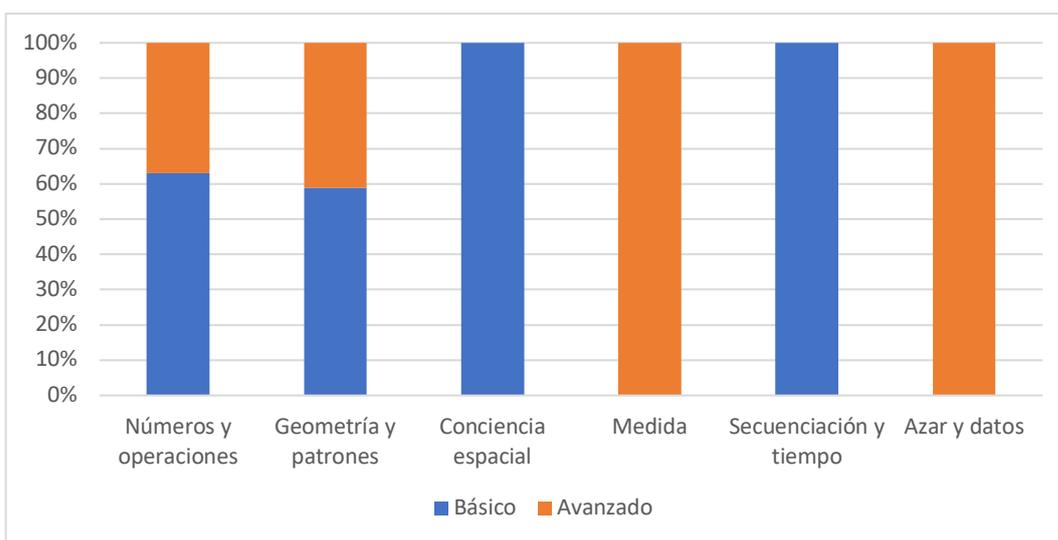
Dado que se definió a priori la consideración de las tareas de acuerdo a su nivel de complejidad según el contenido, se decidió explorar en qué tareas -básicas o avanzadas- se invierte mayor tiempo en la clase de matemáticas. Los resultados muestran que cerca del 57% del tiempo dedicado a tareas, se dirige a abordar tareas definidas como básicas, es decir tareas que se encuentran en los niveles iniciales de las trayectorias de aprendizaje según los ejes temáticos establecidos. Es decir, que de los aproximadamente 27 minutos en promedio que los niños invierten en la realización de tareas matemáticas, 15 minutos se dedican al trabajo de tareas básicas como reconocimiento de número, correspondencia 1-1, reconocimiento de figuras, subitización perceptual, reproducción de patrones y señalar la posición relativa de objetos. Los otros 12 minutos (43%), se invierten en tareas avanzadas como conteo con cardinalidad, subitización conceptual, operaciones, análisis de formas, medida por comparación indirecta, organización de secuencias de tiempo y ordenación/clasificación. Esto revela que durante las clases de matemáticas de prekínder observadas, la mayor cantidad de tiempo se dedica a tareas consideradas como básicas, que involucran tareas de tipo mecánico y de procedimientos matemáticos sencillos, en detrimento de tareas de tipo avanzado que involucran principios matemáticos tales como el dominio del algoritmo de conteo.

Una vez determinado que suelen realizarse con mayor frecuencia las tareas clasificadas como básicas, se decidió observar cómo se presenta la proporción de aparición del tipo de tareas, complejas o básicas, cuando se clasifican por tareas correspondientes a cada uno de los ejes. El Gráfico 2, muestra que tareas básicas y avanzadas no se desarrollaron en igual proporción en todos los ejes temáticos. En efecto, en los ejes de conciencia espacial y secuenciación y tiempo, solo se desarrollaron tareas clasificadas como básicas, mientras que en los ejes de medida, azar y datos, solo se desarrollaron tareas clasificadas como avanzadas. Este análisis también revela que en los ejes en que se invierte mayor tiempo de trabajo (número y operaciones, geometría y patrones), se realizan tareas tanto de tipo avanzado como de tipo básico, siendo estas últimas las que mayor tiempo representan en cada uno de ellos. De esta manera, se observa que cerca del 60% de las tareas que se realizan en estos ejes son tareas de tipo básico, relacionadas con el reconocimiento de números, correspondencia 1-1 o reconocimiento de figuras, que son, a su vez, en las que se invierte una mayor cantidad de tiempo al analizar el total de tareas presentes en las clases de matemáticas observadas. Esto muestra que si bien el currículo

toma en cuenta una variedad de aprendizajes esperados que varían en complejidad y profundidad para los diversos ejes temáticos, el tratamiento aislado de los números y la geometría enfocado hacia la apropiación del lenguaje convencional/social (signos, símbolos, etc.) reflejado en tareas más básicas, es la preocupación principal en los primeros niveles de acuerdo a las tareas observadas.

Gráfico 2

Distribución de tareas básicas y avanzadas al interior de los ejes temáticos



IV.1.2. Las estrategias didácticas en prekínder

Los resultados de las estrategias didácticas empleadas por las educadoras para la enseñanza de las matemáticas en prekínder, se presentan considerando las siguientes 4 categorías¹⁰, clasificación que permite contrastar las estrategias que efectivamente se emplean para el desarrollo de las experiencias matemáticas.

- Organización social de la clase
- Recursos
- Uso de preguntas
- Intercambios

¹⁰ Las estrategias didácticas se analizaron únicamente en los momentos en que se desarrollaban las tareas matemáticas antes descritas.

IV.1.2.1. Organización social de la clase

Para la organización social de la clase, se consideraron las posibles configuraciones que eligieron las educadoras para el desarrollo de las tareas matemáticas propuestas. De esta manera se tuvo en cuenta el trabajo con el grupo completo, en grupos pequeños y el trabajo individual.

Tabla 18
Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de tipos de organización social de la clase

Variable	Frecuencia	Tiempo invertido (en minutos)			Porcentaje de tiempo invertido
		M	SD	Rango	
Tiempo total de tareas		27.26	13.05	7-53	
Organización social de la clase					
Grupo completo	27	6.77	6.97	0-26	24.85
Grupo pequeño	8	3.90	8.79	0-41	14.31
Individual	28	16.58	11.65	0-46	60.82

Nota. Las frecuencias se determinaron por la presencia/ausencia de la categoría por grabación, N=31. Los porcentajes del tiempo invertido en cada categoría se calcularon con base en el promedio de tiempo total de la experiencia de aprendizaje observada M=27.26

La Tabla 18 muestra la frecuencia y tiempo invertido en las diferentes configuraciones sociales en cada una de las 31 grabaciones. Para favorecer la comparación, solo se observaron las estrategias que se emplearon en los momentos de desarrollo de las tareas matemáticas o la experiencia de aprendizaje de la clase. Como se puede apreciar (Tabla 18), tanto el trabajo en grupo completo como en formato individual se observaron con un alta frecuencia. Coincidentemente, también son las configuraciones en las que mayor parte del tiempo se invierte, siendo el trabajo de tipo individual observado en casi el 60% del tiempo de trabajo en una experiencia matemática. Esto se traduce en que más de la mitad del tiempo los niños desarrollan las tareas de forma individual y cerca de un tercio las desarrollan de manera conjunta en colaboración con la educadora, es decir, en grupo

completo. En comparación, el trabajo en grupos pequeños que implica la interacción y discusión entre pares y corresponde a un formato de trabajo de tipo cooperativo, se observó solo en 7 de las 31 grabaciones, siendo a su vez en la que menor tiempo se invierte.

IV.1.2.2. Recursos

En relación a los recursos empleados, se analizó tanto el material concreto empleado, como los juegos, guías y pizarra, ya que son los de uso más habitual en el aula. Vale la pena destacar que aunque en algunas de las observaciones se hizo uso de recursos digitales, tales como computador, data o tabletas, estos solo se utilizaron como apoyo visual (por ejemplo, proyectar una imagen o revisar un libro digital) y no tuvieron efecto en el desarrollo de la tarea.

Tabla 19
Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de tipos de recursos

Variable	Frecuencia	Tiempo invertido (en minutos)			Porcentaje de tiempo invertido
		M	SD	Rango	
Tiempo total de tareas		27.26	13.05	7-53	
Recursos					
Material concreto	19	7.65	8.51	0-25	28.04
Juegos	5	1.32	3.70	0-16	4.85
Guías	23	13.16	11.24	0-37	48.28
Pizarra	23	4.71	5.62	0-26	17.08

Nota. Las frecuencias se determinaron por la presencia/ausencia de la categoría por grabación, N=31. Los porcentajes del tiempo invertido en cada categoría se calcularon con base en el tiempo total de la experiencia de aprendizaje observada M=27.26

La Tabla 19 resume los hallazgos mostrando que las guías de trabajo se usan con un alta frecuencia, siendo observadas en 23 de las 31 grabaciones. El material concreto y la pizarra también se presentan con un alta frecuencia, en comparación con otros recursos como los juegos (bingos, rondas, ruletas, cartas, etc.), que fueron observados solo en 5 de

las 31 grabaciones. De igual forma, la Tabla 19 muestra que cerca del 50% del tiempo de una experiencia matemática o del desarrollo de la tarea, se emplean las guías (láminas para colorear, escribir resultados, completar números, etc.) como recurso para llegar a la consecución de los objetivos de la clase. Casi un 30% del tiempo se hace uso de material concreto (bloques, tapas, aros, unifix, palos, astas del método Astoreca, entre otros) y el 21% del tiempo restante se distribuye entre el uso de la pizarra y el uso de juegos como recursos para abordar las tareas, siendo este último en el que menor tiempo se invierte. Un hallazgo destacado, es que a nivel de prekínder alrededor del 65% del tiempo que los niños invierten en el desarrollo de una tarea matemática, ésta se realiza mediante el uso de recursos tradicionales como guías y pizarra. Estos recursos, propios de edades posteriores y de una enseñanza tradicional de las matemáticas, aparecen con alta frecuencia y tiempo de uso, dejando un espacio reducido de la experiencia de aprendizaje, a la manipulación o el juego que son más recomendados en edades tempranas.

IV.1.2.3. Uso de preguntas

Para el análisis del uso de tipos de preguntas, se consideraron las categorías de afirmaciones, preguntas cerradas y preguntas abiertas. Se decidió incluir los momentos de oraciones afirmativas, dado que corresponden a los momentos de ausencias de preguntas y corresponden a un marcador importante en el análisis de esta estrategia. Las afirmaciones corresponden a momentos donde la educadora se dirige a los niños mediante oraciones afirmativas que buscan explicar, aclarar, dar instrucciones, etc. Las preguntas cerradas, corresponden a aquellas que tienen una única respuesta (si/no, cinco, cuadrado, etc.), y las preguntas abiertas, a aquellas que buscan la ampliación y explicación de ideas, de tipo cómo o por qué, entre otras.

Tabla 20
Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de uso de preguntas

Variable	Frecuencia		Tiempo invertido (en minutos)		Porcentaje de tiempo invertido
	M	SD	M	Rango	
Tiempo total de tareas	27.26	13.05	7-53		
Uso de preguntas					

Afirmaciones	29	12.45	9.63	0-41	45.68
Preguntas cerradas	30	12.48	8.79	0-32	45.79
Preguntas abiertas	11	0.39	0.98	0-4	1.42

Nota. Las frecuencias se determinaron por la presencia/ausencia de la categoría por grabación, N=31. Los porcentajes del tiempo invertido en cada categoría se calcularon con base en el promedio de tiempo total de la experiencia de aprendizaje observada M=27.26

En la Tabla 20 se puede apreciar que las afirmaciones y las preguntas cerradas, se usan con un alta frecuencia en casi todas las grabaciones de clases, siendo también los tipos en los que mayor tiempo se invierte durante el desarrollo de tareas matemáticas. De esta forma, se observa que cerca del 90% del tiempo las educadoras hacen uso de afirmaciones y preguntas cerradas; mientras que las preguntas abiertas se utilizan con menor frecuencia en las grabaciones (n=11) y solo en un 1% del tiempo de las tareas. Estos resultados reflejan que, al menos en las grabaciones de la muestra, los niños cuentan con escasas oportunidades para explicar y expandir sus ideas matemáticas mediante respuestas a preguntas abiertas. Por el contrario, se encontró que gran parte de los momentos que trabajan en tareas matemáticas, los niños y niñas responden preguntas de tipo confirmatorio o que buscan dar respuesta a desafíos sencillos: ¿cuántos bloques tiene la torre? ¿Qué número es éste? ¿Cómo se llama esta figura?

IV.1.2.4. Intercambios

Para analizar los intercambios se tomaron en cuenta; el habla pública donde solo la educadora interviene como actor principal, el habla pública como intercambios preguntas y respuestas entre la educadora y los niños, y, finalmente, el habla privada, que correspondió a los momentos de acompañamiento individual de las educadoras a los niños.

Tabla 21
Frecuencia, tiempo invertido y porcentaje de aparición de intercambios

Variable	Frecuencia	Tiempo invertido (en minutos)			Porcentaje de tiempo invertido
		M	SD	Rango	

Tiempo total de tareas		27.26	13.05	7-53	
Intercambios					
Habla pública (solo educadora)	31	6.10	5.81	0-22	22.36
Habla pública (preguntas y respuestas)	30	7.39	7.27	0-24	27.10
Habla privada	24	12.23	10.24	0-38	43.78

Nota. Las frecuencias se determinaron por la presencia/ausencia de la categoría por grabación, N=31. Los porcentajes del tiempo invertido en cada categoría se calcularon con base en el promedio de tiempo total de la experiencia de aprendizaje observada M=27.26

La Tabla 21 muestra que todos los tipos de intercambios se presentaron con una frecuencia similar en las salas observadas, siendo el habla privada, observada un número levemente menor. No obstante, este último corresponde al tipo de intercambio en que mayor tiempo se invierte durante el desarrollo de las tareas matemáticas. Este resultado es coincidente con el hecho de que la mayor parte del tiempo de la experiencia de aprendizaje los niños trabajan de manera individual, lo que en consecuencia se traduce en un mayor número de intercambios de tipo privado. Por otra parte, los intercambios de habla pública de solo la educadora y mediante preguntas y respuestas, ocupan cada uno cerca de un tercio del tiempo de trabajo en las tareas matemáticas. Estos resultados son el reflejo del rol de los niños y niñas durante el trabajo de la clase de matemáticas, que puede ser descrito como un concentrado trabajo individual, con un rol público marginal caracterizado por cortos intercambios de preguntas y respuestas. Estos resultados coinciden con los patrones de interacción descritos por Preiss (2009) para los niveles de básica y media, quien define la clase de matemáticas como la apropiación privada de términos y procedimientos con un énfasis en el trabajo individual.

IV.1.2.5. Caracterización de las estrategias didácticas

Un análisis de correlaciones (ver Tabla 22) entre las distintas estrategias didácticas reveló que éstas son en general pequeñas y no significativas, salvo algunas excepciones. Las grabaciones donde se observó mayor trabajo en grupo completo, también se observó un mayor uso de la pizarra ($r=.523$, $p=.003$), intercambios enfocados en preguntas y respuestas ($r=.527$, $p=.002$), y un mayor uso de preguntas cerradas ($r=.462$, $p=.009$).

Esto es esperable, dado que el trabajo con el grupo completo, se enfocaba en general a formalizar algunas ideas, aclarar instrucciones o verificar aprendizajes haciendo uso de preguntas de tipo confirmatorio y evaluativas de respuesta única. Por otra parte, en las grabaciones donde se observó mayor trabajo en grupos pequeños, se observó también un mayor uso de material concreto ($r=.367, p=.042$), con intercambios del tipo, preguntas y respuestas ($r=.397, p=.027$) y como era lo esperado menor trabajo individual ($r=-.389, p=.031$). Esto puede explicarse de que el trabajo y exploración del material, se realizaba en grupos pequeños. De manera similar, en las grabaciones donde se presenció mayor trabajo de tipo individual, se presenció un mayor uso de guías ($r=.657, p=.000$) e intercambios de tipo habla pública ($r=.771, p=.000$) y habla privada ($r=.771, p=.000$). Este comportamiento puede referirse al hecho de que cuando los niños trabajan de manera individual en la resolución de guías, la educadora da indicaciones de manera pública sobre los pasos o instrucciones generales a seguir, o se acerca a monitorear individualmente que estén realizando correctamente su trabajo.

De acuerdo con los resultados obtenidos se puede apreciar que hay ciertas estrategias con mayor presencia que otras y que van marcando tendencias pedagógicas en la forma de abordar la enseñanza de las matemáticas en educación parvularia. Por ello y para observar más claramente el foco de las estrategias, se llevó a cabo un análisis más grueso clasificándolas de acuerdo a si estaban centradas en el niño o en la educadora.

Para este propósito, todas las grabaciones se recodificaron teniendo en cuenta si el segmento de clase (división de 1 minuto) era dominado por el niño (N) o dominado por el profesor (P), con base en las estrategias usadas. De esta manera al finalizar, la suma de las duraciones relativas daba como resultado el tiempo total que invierte una sala en una u otra estrategia. Se agruparon las estrategias centradas en el niño y las centradas en la educadora, y se calculó el promedio simple de duración por grabación, para luego determinar qué porcentaje del tiempo de las tareas se invertía en el uso de unas u otras. Con esto se encontró que cerca del 92% del tiempo de trabajo en una tarea matemática, se emplean estrategias centradas en la educadora (trabajo individual, uso de guías y pizarra, preguntas cerradas, etc.) y el 8% se emplean estrategias más centradas en el niño (preguntas de por qué y cómo, uso de juegos y manipulativos, trabajo en grupos pequeños, etc.). Así, es posible afirmar que al menos, en las grabaciones de la muestra, se observa que las educadoras privilegian estrategias, que son efectivas para desarrollar habilidades y conocimientos básicos. Esto significa que al momento de elegir estrategias de

enseñanza de las matemáticas se enfocan en aquellas que promueven la memorización y fluidez procedural, mientras que aquellas estrategias pueden contribuir, además, a una comprensión profunda de los objetos matemáticos que se estudian en el nivel de prekínder, que permiten a los niños dirigir su propio aprendizaje y que les ayuda a desarrollar habilidades de pensamiento crítico, son trabajados en una proporción menor.

IV.1.3. Síntesis de resultados sobre tareas y estrategias

La caracterización de las tareas matemáticas y las estrategias didácticas, buscó responder al primer objetivo de la presente investigación. De esta manera, mediante la codificación de las 31 grabaciones se observó que las tareas matemáticas se caracterizan por centrarse en aspectos relacionados con el eje de cuantificación, de acuerdo a las BCEP. De esto se deriva que, aunque es posible afirmar que el trabajo matemático en educación inicial se enfoca en un eje de gran importancia como son los números, persiste importante desafío de desarrollar tareas con significado que ayuden a interpretar la función y contextos de uso del número, y no solo en el aprendizaje de la grafía o código. Más específicamente las tareas desarrolladas en las experiencias matemáticas analizadas, se centran en lo que tiene que ver con correspondencia número-cantidad y reconocimiento de número (47% del tiempo de la experiencia de aprendizaje) y, en una menor proporción (11%) el conteo con cardinalidad, todas por lo general de cantidades menores e iguales que diez (en algunos casos hasta el cinco). En este sentido, se observó un mayor trabajo en tareas matemáticas clasificadas como básicas (57%), que se caracterizan por apuntar a contenidos y que son la base para el desarrollo de otras, en detrimento de aquellas clasificadas como avanzadas (43%) y que involucran el dominio de ciertos principios matemáticos.

En relación a las estrategias, se observó una mayor presencia de aquellas clasificadas como centradas en el profesor (92% del tiempo de la experiencia de aprendizaje), caracterizadas por un mayor trabajo de tipo individual o con el grupo completo; donde las tareas matemáticas se desarrollan principalmente mediante el uso de guías de ejercicios y a través de intercambios privados con énfasis en preguntas cerradas. Por su parte, las estrategias centradas en el niño y que están en mayor coherencia con las recomendaciones pedagógicas de las BCEP para esta etapa, son empleadas en una proporción menor (8% del tiempo de la experiencia de aprendizaje) durante el desarrollo de tareas matemáticas. Así, los datos del presente estudio permiten caracterizar el

aprendizaje de las matemáticas en el nivel de prekínder como la apropiación privada de tareas básicas con una alta dirección de la educadora.

Tabla 22
Correlaciones entre estrategias usadas en las 31 grabaciones

		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	Grupo completo	-.17	.05	.12	-.11	.23	.523**	.18	.462**	.09	.20	.527**	.20	-.08	.503**
		.37	.79	.52	.54	.22	.00	.32	.01	.65	.27	.00	.27	.68	.00
2	Grupo pequeño		-.389*	.367*	.03	.03	-.11	-.01	.34	-.01	-.04	.397*	-.04	.836**	-.07
			.03	.04	.89	.89	.57	.94	.06	.95	.85	.03	.85	.00	.70
3	Individual			.01	.04	.657**	.17	.691**	.12	.11	.771***	-.24	.771**	-.32	.793**
				.94	.82	.00	.37	.00	.51	.56	.00	.19	.00	.07	.00
4	Material concreto				-.24	-.20	-.21	.11	.32	.28	.32	.30	.32	.521**	.14
					.20	.28	.25	.55	.08	.13	.08	.10	.08	.00	.47
5	Juegos					-.10	-.08	.22	-.22	-.14	-.138**	-.22	-.14	-.02	.00
						.59	.66	.23	.24	.44	.46	.23	.46	.92	1.00
6	Guías						.08	.658**	.25	-.03	.686**	.00	.686**	-.02	.751**
							.68	.00	.18	.86	.00	.98	.00	.91	.00
7	Pizarra							.04	.487**	.05	.03	.451*	.03	-.18	.432*
								.85	.01	.79	.89	.01	.89	.32	.02
8	Afirmaciones								-.14	.01	.702**	-.23	.702**	-.05	.738**
									.47	.96	.00	.20	.00	.81	.00
9	Preguntas cerradas									.08	.25	.743**	.25	.34	.470**
										.66	.18	.00	.18	.06	.01
10	Preguntas abiertas										.19	.10	.19	.20	.06
											.31	.58	.31	.28	.73
11	Habla pública											-.16	.09	.03	.778***
												.40	.63	.87	.00
12	Preguntas y respuestas												-.16	.392*	.19
													.40	.03	.30
13	Habla privada													.03	.778**

		.87	.00
14	Estrategias centradas en el niño		-1.38 .46
15	Estrategias centradas en la educadora		-

** . La correlación es significativa al nivel .01

* . La correlación es significativa al nivel .05

IV.1.4. La calidad de las interacciones

Los resultados respecto a la calidad de las interacciones se presentan con base en el dominio evaluado del CLASS que corresponde al apoyo pedagógico. Como se mencionó anteriormente, se siguieron los protocolos estandarizados para la aplicación de la pauta. De esta manera, se tuvieron en cuenta cuatro segmentos por cada grabación de una duración 15 minutos, que incluyeran principalmente las actividades pedagógicas. La Tabla 23 resume los puntajes obtenidos por cada dimensión.

Tabla 23
Puntajes de la calidad de las interacciones en el dominio apoyo pedagógico

Variable	M	SD	Rango
Desarrollo de conceptos	1.75	0.46	1-2.5
Calidad de la retroalimentación	1.88	0.39	1-2.5
Modelaje lingüístico	1.78	0.39	1-2.75

Nota: los promedios fueron calculados según puntaje CLASS en el rango de 1 a 7 donde (1-2) es bajo, (3-5) es medio y (6-7) es alto.

Como se puede observar, no se presenta variación considerable entre los puntajes obtenidos en los segmentos seleccionados, respecto del puntaje CLASS (los puntajes van desde 1 hasta 2.49). Esto quiere decir que en promedio la calidad de las interacciones asociadas al apoyo pedagógico, en específico, las actividades consideradas para este análisis, se encuentran en un nivel de desempeño bajo según la pauta (valores entre 1 y 2), en las grabaciones estudiadas y en cada uno de los segmentos seleccionados.

En el caso del desarrollo de conceptos, que alude al uso de estrategias (discusiones, actividades) que emplean las educadoras para fomentar habilidades de pensamiento de orden superior, se encontró que en promedio el desempeño es bajo (1.75) y levemente inferior a las otras dos dimensiones, sobre todo en el segmento 3, que por lo general involucraba las interacciones en matemáticas. Este resultado es coincidente con lo reportado por otras investigaciones en Chile (Treviño, Varela, Romo & Nuñez, 2015), donde esta dimensión es la que presenta los puntajes más descendidos, incluso en salas que participan de programas de mejoramiento. Esto implica que, en las actividades analizadas, prevalece una enseñanza focalizada en el uso de la memoria para recordar

hechos y repetir o evocar ideas con un énfasis casi exclusivo en practicar habilidades básicas. Adicionalmente, las oportunidades de aprendizaje, se centran en proveer la respuesta correcta, con escaso espacio para el aporte de diferentes ideas y variadas alternativas de respuesta. El siguiente fragmento da cuenta de interacciones de este tipo en una experiencia de aprendizaje relacionada con las matemáticas:

Transcripción (E: educadora, N1,2,...niño 1, niño 2,...)

E: Prekínder # contemos, ¿cuántos niños vinieron a la sala? Contemos: [Empiezan a contar todos juntos en voz alta el grupo donde se encuentran sentados los niños]

Todos: Uno, dos, tres,... once.

E: ¡Once! Y, ¿cómo se escribe el número once?

N1: ¡El uno con el dos!

N2: ¡El uno con el uno!

E: Shhh, a ver, no. Si todos gritan yo no los puedo oír, levantando la manito, cómo se escribe el número once, Alejandra.

Alejandra: [En voz alta] El once con el seis.

E: ¿El uno con el seis es el número once?

Todos: [A coro] ¡Noooo!

E: ¡Noooo! a ver, ¿cuál dicen que es? [Responde una niña en voz baja, no se entiende]

E: ¿El uno con el uno María? Venga a escribirlo.

E: ¿Están de acuerdo que el once se escribe el uno con el uno?

Todos: [A coro] ¡Siii! [Mientras tanto María escribe el once en la pizarra con los unos en dirección opuesta]

E: ¡Muy bien! Miren a ver. ¿Cómo se escribía el once? [Señala el número once que aparece en el listado colgado en la pizarra].

Todos: ¡El uno con el uno!

E: Venga María a escribirlo. [Le da el plumón a María y le va dictando la respuesta] El uno... Ajjj, pero María mira, ¿el uno para qué lado tiene el palito? ¿Cuál es la dirección del uno? Para allá. [Señala la dirección correcta del uno] ¿Lo borramos y lo hacemos de nuevo? [La niña permanece en la pizarra escribiendo el número 11 en la dirección correcta]

¹¹ Los nombres de los niños que aparecen en los diálogos son inventados, por lo tanto no corresponden a la identidad real de los participantes de la interacción, con el fin de resguardar su privacidad.

E: A ver todos la manito tablet [se dirige al grupo con la mano alzada al lado de su rostro] y me escriben el número once y me lo muestran. [Alzan la mano y la mueven simulando escribir un once en la mano]

E: [Se dirige nuevamente a María en la pizarra] Aquí, ¡eso! [Se dirige nuevamente al grupo] ¿A ver quien lo hizo? ¡Muy bien! ¡Muy bien! ¡Muy bien! [Señalando tres niños y luego dirige la mirada hacia la pizarra donde está María] Excelente, María.

Como se puede apreciar en el fragmento descrito, en esta situación de conteo se despliega una conversación de la educadora con los niños donde el foco de la interacción estuvo en discutir la escritura correcta del número once. Como es posible leer en el diálogo, la educadora hizo énfasis en el estudio del signo convencional para denominar el conjunto de los once niños presentes. Este estudio del signo, grafía o código perteneciente al conocimiento social, hace referencia más a un conocimiento de tipo memorístico pues los niños deben recordar cuál es el numeral que representa la cantidad contada, además de su correcta posición y dirección. En ningún momento se habla sobre el significado de los once elementos y tampoco se intenciona un tipo de discusión que relacione el contexto, el símbolo y el signo. Adicionalmente, dentro de las mismas respuestas dadas por la educadora, el número once se concibe como la unión de dos cifras cardinales (1 y 1), pero no como una representación de un todo (11) y las respuestas de los niños, el uno con el seis y el uno con el uno, van en esta misma dirección. A modo general, en esta interacción no se apunta al tratamiento del número once como un elemento matemático, que posee una estructura y, tampoco se analiza su significado o función como cardinal de un conjunto.

Todos estos aspectos, que implican el desarrollo del concepto número, su significado y función, no son tratados en la interacción, quedando la discusión principal en el plano del conocimiento social/convencional de tipo memorístico cuyo dominio no garantiza que el niño posea una estructura mental del número once o del número en general. Aunque aquí solo se describe un caso puntual, los resultados muestran que en promedio las interacciones en la dimensión de desarrollo de conceptos se caracterizan por ser de este tipo en las diferentes actividades que se tuvieron en cuenta para el análisis.

Por otra parte la Tabla 23 ilustra que en relación a la calidad de la retroalimentación las interacciones también se encuentran en un nivel bajo (1.88), pero levemente superior a

las otras dimensiones, sobre todo en el segmento 2 que, por lo general coincidía con la actividad asociada a lenguaje. Esto significa que en las actividades desarrolladas, las interacciones se caracterizan porque la educadora provee poca retroalimentación a los niños y de manera muy superficial. En otras palabras, en el momento de completar una tarea, la retroalimentación se enfoca completamente en determinar si se llegó a la respuesta correcta, diciendo si/no, bien/mal y continuar. Igualmente el progreso del niño se estimula mediante el uso de refuerzos generales, tales como “bien hecho”, “buen trabajo” o “muy bien” sin llegar a proveer algún tipo de retroalimentación que se relacione directamente con el proceso desarrollado. Así, cuando un niño se equivoca la educadora no brinda espacio para que él explique el por qué de sus respuestas y tampoco las expande en busca de clarificar o proveer más información al respecto. Este tipo de interacciones pueden dificultar la persistencia del niño en una tarea en la medida que esta se vaya tornando cada vez más compleja. El fragmento a continuación ilustra una interacción de dichas características.

Transcripción (E: educadora, N1,2,...:niño 1, niño 2,...)

E: Ya, objetivo de la clase, ¡atención! Miremos para acá: “resolver problemas matemáticos” [escribe el objetivo en la pizarra]. Pasos a seguir para resolver un problema matemático. Lucía:

Lucía: Escuchar

E: ¡Perfecto! Lo primero es escuchar [escribe en la pizarra] y... Ana [no se oye lo que responde] Observar [escribe y señala con el plumón a un niño esperando su respuesta],

N: Pensar,

E: ¡Perfecto Manolo! Lucero, [no se alcanza a escuchar], ¡fuerte! A ver, parece que la mesa tres va empezar menos un punto. [Se dirige a otra niña para escuchar su respuesta, su participación no es audible] ¡Perfecto! [Señala otro niño y no se escucha su respuesta]. ¡Buscar los datos! Palabra clave. [escribe en la pizarra] “Daaatos”. [Se dirige a un niño]. ¡Shhh! Ayer no ganaron porque tu siempre estas molestando a tu compañero.

N1: [Interviene sin que la educadora le de la palabra] Buscar las preguntas

E: Ahhh, le voy a quitar puntos por no respetar a sus compañeros. Patricia que otra cosa.

Patricia: Ehh, [no es audible el resto de su respuesta].

E: Eso es lo que estaba esperando, escuchar, poner atención. [señala otro niño].
Consuelo [Consuelo habla pero no se escucha], ¿Ahh? [pregunta la educadora y la niña da una respuesta no audible] ¡Perfecto! [lee lo que ya llevan escrito en la pizarra].
Escuchar, observar, pensar, poner atención, encontrar los datos, ¿qué más? Alicia,
[Alicia da una respuesta no audible], yaaa... Alirio:

Alirio: Contar

E: ¿Qué significa contar? Es parte de algo, [Señala otro niño].

N2: Observar

E: Ya lo dijeron, Marcela, [Marcela da una respuesta no audible]. Eso es parte de algo.
Lucero, [respuesta no audible], yaaa eso está bien. Ivonne, mira tanto la hora...
Manolo, [respuesta no audible]. Ya miren voy a colocar aquí “contar”, “dibujar”
[observa a los niños esperando una respuesta]. Pedro, [habla pero no se escucha] ¿Ah?
Yaaa, pero todo eso tiene un nombre que los agrupa a todos, contar, dibujar, tachar,
unir... Tatiana, [respuesta no audible], yaaa es parte de algo, Lucero, [no se entiende
lo que responde], yaaa, Lucía, [no se escucha], ya lo dijeron, los datos, ¿qué otra cosa?
Adolfo, [no hay respuesta]. Hay una palabra que a todos se les está olvidando [un niño
levanta su mano], Lucas,

Lucas: Una expresión

E: Ya lo dijimos, ya tres veces ya.

N3: Yo, yo,

E: ¡Ay Pedro levante la mano y basta! Ya diga.

Pedro: Estoy [no se entiende la palabra] antes de responder.

E: Álvaro, [no se entiende lo que dice] ya lo dijeron: marcar con una equis, dibujar,
unir lugares, encerrar con una cuerda, todo esto, [señala el lugar de la pizarra donde
está escrito], eso es parte de algo importante que hay que después de los datos utilizar.
¿Qué debo utilizar para resolver el problema luego de encontrar los datos? Ariel,

Ariel: Contar

E: Todo es parte de... [Da golpes en la pizarra hacia el globo que contiene las acciones
mencionadas anteriormente, marcar...] Luís, [no se escucha lo que dice] ¡Por fín la
palabra! A ver digan todos.

Todos: [A coro] ¡Estrategias!

E: Saben todas las estrategias pero no se acuerdan del nombre. Recuerden no se coman este paso.

Como se puede apreciar en el diálogo, los niños están recordando los pasos necesarios para resolver un problema. En la conversación iniciada por la educadora, la participación de los niños se reduce a enumerar una serie de palabras que a su vez indican procesos de pensamiento, pero sobre las cuales no se profundiza. La retroalimentación brindada por la educadora a cada una de las respuestas de los niños es del tipo “yaaa”, “perfecto”, “eso está bien”, pero no se establecen ciclos de retroalimentación donde las ideas que expresan los niños se extiendan y, de alguna manera se les invite a explicar sus aportes. Si bien, en algún momento cuando un niño responde “contar” la educadora le devuelve una pregunta, ¿qué es contar?, no se inicia un intercambio y tampoco se da espacio para una reacción por parte del niño.

Adicionalmente, se aprecia que aunque los niños tienen variadas ideas acerca de cómo abordar un problema matemático, éstas toman poco protagonismo al no corresponder a la palabra deseada por la educadora: “estrategias”. De esta manera, se puede ver cómo a partir de cierto momento, los niños empiezan solo a repetir las palabras que ya habían dicho antes, debido a que no se provee el andamiaje y asistencia necesarios para que lleguen a descifrar que el conjunto de procesos enunciados responden a estrategias de resolución. Aunque la interacción descrita corresponde a una experiencia de aprendizaje en matemáticas, el resultado promedio de las interacciones en esta dimensión refleja que ésta situación corresponde a una característica no solo en matemáticas, sino de todo el trabajo a lo largo de la jornada.

Finalmente, en relación al modelaje lingüístico, la Tabla 23 muestra que los puntajes obtenidos en esta dimensión son similares a los puntajes de las dimensiones anteriormente descritas (1.76), siendo el segmento 1 el que muestra resultados levemente superiores, el cual por lo general coincidió con el momento de bienvenida y lectura compartida. Esto implica que las interacciones se caracterizan por conversaciones que ocurren en la sala y que se encuentran principalmente controladas por la educadora, siendo la participación de los niños limitada a responder preguntas cerradas, con una escasa extensión o

repetición de las respuestas que podría permitir un uso amplio del lenguaje. El siguiente fragmento ilustra las interacciones de este tipo.

Transcripción (E: educadora, N1,2,...:niño 1, niño 2,...)

E: En esta oportunidad vamos a graficar un número que hemos trabajado el último tiempo, el cual está compuesto de dos dígitos, ya. Levantando la manito quién me puede decir, ¿qué número cree que está compuesto por dos dígitos? A ver Tobías.

Tobías: El diez

E: El diez, el número diez, ¿estará compuesto por dos dígitos? [Dirige la pregunta al grupo completo].

Todos: Siii

E: ¿Si? A ver momento, ¿y cómo se escribía el diez? ¿Qué iba primero? Hay no me acuerdo. [los niños empiezan a hablar dando indicaciones a la educadora] A ver momento, quién me puede recordar ¿cuál número iba primero y cuál luego iba después? A ver Daniel.

Daniel: El dos

E: ¿El dos? ¿Si? Yaaa. Daniel me dice que el dos [Se dirige al grupo]

Daniel: Y el uno.

E: ¿Y el uno ahora? Estan de acuerdo que... [los niños empiezan a responder] Shhh, momento. ¿están de acuerdo que el número diez comienza con el número dos?

Todos: Noooo

N1: El uno con el cero.

E: No están de acuerdo. Ustedes me dicen que el uno con el...

N1: ¡Cero! [la educadora escribe el uno y el cero en la pizarra] ¡Ese! ¡Ese el diez!

E: ¿Corresponde este al número diez?

Todos: ¡Siii!

E: ¿Si? ¿Están de acuerdo?

Todos: Si.

E: Lo voy a ver... a verrr, a verrr, si realmente era, a ver...[Toma una lámina del escritorio donde está escrito el número diez pero oculta la escritura a los niños]. Este era el número que vamos a trabajar. Necesito que soplen pasito, así [Hace la seña con su boca de un soplido suave], para que se de vuelta, a ver, ¡sópleno! [Los niños soplan

desde sus puestos siguiendo la indicación de la educadora]. No tan fuerte que me van a volar a mi [da vuelta a la lámina donde está escrito el número], ¿qué número era?

Todos: ¡El diez!

E: ¡Efectivamente! Era el número diez.

Como se puede apreciar en el diálogo anterior, la educadora menciona que van a graficar un número que han estado trabajando desde hace algún tiempo. Ante dicha pregunta se realizan diversas aportaciones de los niños y se inicia una conversación en torno a la escritura de este número. En cada intercambio se puede apreciar cómo la educadora controla y domina los turnos de habla, dando un espacio breve para las respuestas de los niños, que se ve reforzado por las preguntas cerradas que solo buscan la verificación y búsqueda de la respuesta correcta. Asimismo, al hablar del número diez, y cuando uno de los niños responde que su escritura es el dos con el uno, no se ahonda o se extiende esta intervención con el objetivo de entender el por qué se cree que debe representarse de esa manera. Si bien se abre un breve espacio para que el grupo participe, a propósito de la respuesta dada anteriormente, aquí se busca solo establecer la veracidad o confirmación (sí/no) de la respuesta, más que propiciar una mayor participación de los niños en la conversación. De esta manera, se puede apreciar que, aunque haya conversaciones (dominadas por la educadora) en la sala, el lenguaje usado para explicar conceptos es limitado y la intervención de los niños tan exigua, que la estimulación del lenguaje provista en las experiencias de aprendizaje no permite que los niños hagan uso de este para expresar ideas y conocimientos.

A modo general, los resultados muestran que en relación al desarrollo de conceptos la calidad de las interacciones es baja, lo cual es coincidente con otras investigaciones realizadas en salas de párvulos chilenas, donde se identifica este dominio como el que presenta los puntajes más descendidos (Treviño, Toledo & Gemp, 2013; Treviño, Varela, Romo & Nuñez, 2015; Leyva et al. 2015).

IV.1.5. Síntesis de resultados de la calidad de las interacciones

La determinación de la calidad de las interacciones, tomando en cuenta el dominio de apoyo pedagógico según el instrumento CLASS, corresponde al segundo objetivo de la presente investigación. Como se pudo observar, al analizar las actividades los puntajes en

cada una de las dimensiones se encontraron en el nivel bajo de resultados de acuerdo a la pauta utilizada para el análisis. Esto muestra que, independientemente del contenido curricular, las experiencias de aprendizaje y las interacciones que en éstas se despliegan se focalizan en el aprendizaje memorístico y rutinario con escasas conexiones entre conceptos. Asimismo, se evidenciaron pocas instancias donde se promoviera el análisis, razonamiento, predicciones, intercambios ida y vuelta, y preguntas abiertas que desencadenaran conversaciones no unidireccionales que permitieran un uso extendido del lenguaje. Esto pone de manifiesto la necesidad de fortalecer la mediación pedagógica para favorecer el desarrollo del pensamiento en la educación parvularia, dada la relación que existe entre el apoyo pedagógico y los subsecuentes aprendizajes que se puede lograr en las llamadas áreas académicas (Leyva et al., 2015).

De esta forma, los ejemplos expuestos en matemáticas son coincidentes con los hallazgos obtenidos respecto a las tareas y estrategias, en relación al poco desafío cognitivo que tienen los niños en las actividades propuestas y la escasa participación de las dinámicas pedagógicas. Esto, aunado al alto control ejercido por la educadora no solo en la disposición de medios de aprendizaje, sino en el grado de intervención de los niños en dicho proceso, conlleva a que los niños tengan un papel pasivo y secundario, donde la apropiación de conocimientos fácticos prima por sobre la apropiación de conocimientos funcionales y habilidades cognitivas que promueven un pensamiento complejo. De esta manera, en las grabaciones de la muestra se aprecia que analizando variables asociadas a núcleos pedagógicos y con foco curricular, como las tareas y estrategias, y variables de tipo funcional como las interacciones, en la educación parvularia existen importantes desafíos para promover ambientes instruccionalmente activos, especialmente en matemáticas.

IV.1.6. Relación entre expectativas académicas y ansiedad matemática con las prácticas de las educadoras

Una vez caracterizadas las prácticas de las educadoras en términos de tareas, estrategias e interacciones, se dio paso a desarrollar el tercer objetivo de investigación del presente estudio. Este objetivo se encaminó a analizar la relación que existe entre las expectativas académicas de las educadoras y la ansiedad matemática que reportan, con las prácticas que realizan en términos de tareas, estrategias e interacciones.

Para este fin, se hizo uso de los datos obtenidos por el cuestionario de autorreporte sobre expectativas académicas y ansiedad matemática, donde las educadoras puntuaron de uno a cinco las características que consideran importantes para que un niño ingrese a primero básico y los niveles de ansiedad que les provocaban diversas situaciones matemáticas. Puntajes más bajos sobre expectativas, indican bajas expectativas sobre las características que requiere un niño para ingresar a primero básico (p.e. contar hasta 100) y puntajes más bajos de ansiedad indican bajos niveles de nerviosismo o preocupación de la educadora a situaciones matemáticas.

Tabla 24

Promedio de resultados de expectativas académicas y ansiedad matemática

Variable	M	SD	Rango
Expectativas académicas	3.64	0.45	2.8-4.2
Ansiedad matemática	2.56	1.36	1-5

Nota: Los valores para las expectativas académicas fueron: 1 no importante, 2 neutral, 3 importante, 4 muy importante y 5 extremadamente importante. Los valores para la ansiedad matemática fueron: 1 nada nervioso/preocupado, 2 algo nervioso/preocupado, 3 moderadamente nervioso/preocupado, 4 nervioso/preocupado y 5 muy nervioso/preocupado.

La Tabla 24 muestra que en promedio, las 18 educadoras de la muestra, tienen expectativas en los niveles medio-alto de los aprendizajes necesarios para el ingreso a la básica de los niños en edad parvularia. En este sentido, las educadoras atribuyen un papel importante al aprendizaje de ciertos contenidos matemáticos básicos, tales como aprender a contar (al menos hasta el diez), poder leer y escribir números, realizar operaciones sencillas, y otras habilidades más complejas tales como, la capacidad de comunicación y la resolución de problemas. De esta manera, es posible apreciar que al menos a nivel declarativo, las educadoras consideran que los niños tienen la capacidad de aprender contenidos y desarrollar habilidades que trascienden a los procesos memorísticos y de rutinización. Esto coincide con lo contemplado en las B CEP, donde se propone como objetivo general del núcleo de relaciones lógico-matemáticas y cuantificación: “Interpretar y explicarse la realidad estableciendo relaciones lógico-matemáticas y de causalidad; cuantificando y resolviendo diferentes problemas en que éstas se aplican” (B CEP, 2008, p. 83).

Por otra parte, en relación a los niveles de ansiedad matemática, es posible apreciar que en promedio, las 18 educadoras de la muestra, manifiestan estar entre algo nerviosas y moderadamente nerviosas, frente a situaciones que involucran procesos matemáticos. Esto implica que ante situaciones en las que interfiere situaciones con números, como por ejemplo, rendir pruebas, resolver ejercicios o estar en una clase de matemáticas, las educadoras del estudio, experimentan sensaciones de tensión y ansiedad (en niveles moderados), que pueden interferir o no en el desarrollo de sus prácticas, en particular en aquellas relacionadas con la enseñanza de las matemáticas.

Con el fin de determinar la relación entre las expectativas académicas, ansiedad matemática y las prácticas de las educadoras (tareas, estrategias e interacciones) se estudiaron los niveles de correlación entre las respectivas variables. Para cada variable se hizo uso de los puntajes brutos sin hacer ningún tipo de conversión, además se decidió incluir el nivel socioeconómico de la escuela, con el fin de explorar si existe alguna diferencia entre este último y las expectativas académicas y la ansiedad matemática que manifiestan las educadoras. La Tabla 25 muestra los resultados de este análisis.

Tal y como se puede apreciar (ver Tabla 25), las correlaciones entre las expectativas académicas y la ansiedad matemática, con las prácticas de las educadoras, fueron en general pequeñas y marginales en lo significativo. Solo se encontró una relación significativa, moderada y negativa, entre las expectativas académicas y las tareas básicas ($r = -.495$, $p = .037$). Esto quiere decir que al menos, en la muestra de este estudio, las educadoras que reportan niveles de expectativas académicas más altas, tienden a invertir menos tiempo en tareas básicas; es decir, invierten menos tiempo en tareas de memorización y procesos rutinarios, como lectura y escritura de números, reconocimiento de formas, etc. Este resultado es coincidente con lo reportado por otras investigaciones, donde se encuentra que las tareas cognitivamente menos demandantes son características de los ambientes con profesores con bajas expectativas académicas (Rubie-Davies, Hattie & Hamilton, 2006; Rubie-Davies, 2007).

Por otra parte, aunque de acuerdo con la literatura es esperable que las educadoras con altos niveles de ansiedad realicen prácticas donde se ejerce un mayor control del profesor y se favorece el uso de algoritmos, los resultados obtenidos no indican una relación significativa entre ninguno de los tipos de tareas, estrategias e interacciones y la ansiedad matemática. Este hecho puede deberse tanto al reducido tamaño de la muestra ($N=18$), como a la generalidad y falta de variabilidad en cada una de las categorías definidas, que

aun no se encuentran plenamente centradas en lo que respecta a las particularidades de la gestión pedagógica de una clase de matemáticas.

Tabla 25

Correlaciones entre expectativas académicas y ansiedad matemáticas con las tareas, estrategias e interacciones

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Expectativas académicas	.090	-.495*	.176	.078	-.428	-.426	-.172	-.239	-.260
2 Ansiedad matemática	.723	.037	.486	.759	.076	.078	.495	.339	.298
3 Tareas básicas		.299	-.196	.117	.109	-.298	.079	-.055	.211
4 Tareas avanzadas		.228	.436	.644	.666	.230	.754	.828	.400
5 Estrategias centradas en el niño			-.545*	.101	.578*	.105	.194	.203	.553*
6 Estrategias centradas en la educadora			.019	.691	.012	.679	.442	.420	.017
7 Desarrollo de conceptos				.206	.309	-.269	-.488*	-.397	-.206
8 Calidad de la retroalimentación				.412	.212	.281	.040	.103	.411
9 Modelaje lingüístico					-.026	-.713**	-.826**	-.683**	.060
10 NSE escuela					.918	.001	.000	.002	.814
						.100	.021	.073	.417
						.693	.933	.775	.085
							.785**	.827**	.068
							.000	.000	.789
								.901**	.027
								.000	.916
									.107
									.671
									-

** . La correlación es significativa al nivel .01

* . La correlación es significativa al nivel .05

IV.1.7. Síntesis de resultados expectativas académicas, ansiedad matemática y prácticas de las educadoras

Determinar la relación entre expectativas académicas, ansiedad matemática y prácticas de las educadoras, corresponde al tercer objetivo de esta investigación. Como se pudo observar en promedio las educadoras de la muestra manifiestan altas expectativas académicas respecto de las características necesarias para el ingreso a primero básico, las cuales se encuentran alineadas con los objetivos esperados propuestos por la B CEP para el fin de la educación parvularia. Es así como se puede observar que a nivel declarativo las educadoras consideran al niño como un sujeto activo capaz de desarrollar procesos de pensamiento complejo, asociados específicamente a las matemáticas. No obstante, también se encontró que a pesar de tener altas expectativas, manifiestan estar nerviosas a moderadamente nerviosas al momento de enfrentar situaciones matemáticas. Estos resultados coinciden con los de otras investigaciones (nacionales e internacionales), donde se encuentra que aunque las educadoras reconocen la importancia de las matemáticas, cuentan con cierto temor hacia ellas proveniente de su propia historia escolar (Lee & Ginsburg, 2009; Ormeño, Rodríguez & Bustos, 2013).

Por otra parte, aunque la literatura señala que tanto las diferencias en las expectativas académicas como la ansiedad matemática, influyen en las prácticas docentes, en relación a los tipos de tareas que proponen (Rubie-Davies, Hattie & Hamilton, 2006; Rubie-Davies, 2007), las estrategias que emplean y las interacciones que desencadenan (Bush, 1989; Good, 1987), los resultados en general no mostraron relaciones significativas entre dichas variables. Solo se encontró una asociación significativa y negativa entre las expectativas académicas y las tareas básicas, señalando que las educadoras que declaran tener altas expectativas, tienden a invertir menos tiempo en tareas básicas. Este hallazgo moderado pero importante, señala que de alguna manera las concepciones que se forman las educadoras sobre las capacidades de los niños en edad parvularia, se relacionan con los tipos de tareas que seleccionan para el desarrollo de habilidades matemáticas. El no hallazgo de otro tipo de relación, sugiere que es necesario realizar ajustes tanto a las categorías definidas como a las características de la muestra, con el fin de ajustar las variables de tipo curricular (tareas y estrategias) y las de tipo funcional (interacciones), a las gestión particular de la clase de matemáticas.

IV.1.8. Relación entre las prácticas de las educadoras y los aprendizajes de los niños

Dada la extendida evidencia sobre la relación que existe entre las prácticas de las educadoras y los niveles de aprendizaje matemático en los niños, el cuarto objetivo del presente estudio se encaminó a analizar el nivel de relación existente entre estas dos variables. En particular, se buscó modelar los efectos individuales e instruccionales, sobre los resultados en el test de problemas aplicados de los niños de las salas participantes del estudio, no solo con el interés de determinar los efectos principales de estos grupos de variables, sino también con el objetivo de determinar los efectos de las interacciones entre los conjuntos de variables. De esta manera, considerando la naturaleza jerárquica de los datos, donde los niños se encuentran anidados en salas, se decidió realizar un modelo lineal multinivel (Raudenbush & Bryk, 2002), el cual permite establecer la medida en que las correlaciones dependen del nivel individual o del nivel grupal.

Para ello se decidió definir las variables de tareas básicas y avanzadas como proporción de tiempo invertido en la duración total de la observación y no como proporción del tiempo de tareas, tal y como se presentó en los análisis previos, para favorecer la interpretación. No se emplearon como variables predictoras las estrategias y las interacciones dada la poca variabilidad de las mismas. La Tabla 26 resume las variables consideradas para el modelo.

Tabla 26

Variables empleadas para el análisis multinivel

Variables independientes		Variables independientes		Variable dependiente
Nivel 1 (niños)		Nivel 2 (educadoras)		(puntaje problemas aplicados)
Nivel socioeconómico	Tareas avanzadas			Puntaje problemas aplicados
niños	Tareas Básicas			
Género	Nivel socio-económico de la escuela			

Una vez definida la estructura de los datos, se procedió a realizar un análisis de varianza para determinar si existen diferencias significativas entre los puntajes de los niños por educadora, de esta manera el modelo incondicional (Modelo 1) quedó definido de la siguiente manera:

$$\text{Problemas}_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \quad 1) \text{ Nivel niño}$$

La intercepción de cada sala β_{0j} se establece igual a una gran media o media general γ_{00} y un error aleatorio (u_{0j}). En otras palabras el puntaje en problemas aplicados de un niño se interpreta como resultado de combinar el puntaje medio de la educadora a que pertenece (β_{0j}) y los residuos o la variación aleatoria (r_{ij}) en torno a esa media.

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + u_{0j} \quad 2) \text{ Nivel educadora}$$

En el nivel sala el puntaje promedio de problemas aplicados por educadora, (β_{0j}) se interpreta como la combinación del puntaje promedio en problemas aplicados en la población de educadoras (γ_{00}) y la variación aleatoria de cada sala (u_{0j}) en torno a esa media.

Sustituyendo 2) en 1) se tiene

$$\text{Problemas}_{ij} = \gamma_{00} + u_{0j} + r_{ij} \quad 3)$$

Donde:

Problemas_{ij} es el resultado de i-ésimo niño en la j-ésima educadora

β_{0j} Puntaje promedio de rendimiento por educadora

γ_{00} Valor medio de la variable dependiente de nivel 1. Gran media de los resultados de todos los niños de la muestra

r_{ij} Residuos de esa media en el nivel individual o efecto aleatorio de nivel 1. Variabilidad de los resultados de los niños en una educadora.

u_{0j} Variabilidad entre educadoras

Tabla 27
Estimación de parámetros de efectos fijos

	Parámetro	Estimación	Error t	gl	t	sig
Modelo 1	Intersección	11.41	.30	15.93	33.22	.00
Modelo 2	Intersección	12.10	.47	14.34	25.61	.00
	Tareas_bas	-2.17	1.18	15.08	-1.83	.08
Modelo 3	Intersección	10.66	.43	15.69	24.49	.00
	Tareas_ava	3.05	1.35	15.20	2.25	.03
Modelo 4	Intersección	14.23	.70	381.00	20.08	.00
	NSE	-1.48	.27	381	-5.34	.00
	Tareas_ava	.98	.89	381	1.10	.26
Modelo 5	Intersección	13.73	1.03	59.50	13.30	.00
	NSE	-1.24	.44	66.88	-2.78	.00
	Tareas_ava	2.37	3.50	1.95	.67	.57
	NSE*Tareas_ava	-.75	1.76	1.95	-4.29	.71

Nota: El NSE se codificó de la siguiente manera: 1, alto, 2, medio y 3, bajo.

Tabla 28
Estimación de los parámetros de covarianza

	Parámetro	Estimación	Error	Wald Z	Sig
Modelo 1	Residuo	10.95	.81	13.51	.00
	Sala	1.15	.596	1.93	.05
Modelo 2	Residuo	10.94	.76	13.51	.00
	Interseccion (sujeto=sala)	.95	.60	1.77	.07
Modelo 3	Residuo	10.94	.80	14.22	.00
	Interseccion (sujeto=sala)	.84	.49	1.70	.08

Los resultados de este primer modelo (Tabla 28), permiten establecer que el puntaje de los niños no es el mismo en todas las salas. En efecto, al determinar el $ICC^{12} = \frac{1.15}{1.15+10.95} = 0,095$, lo cual implica que el 9.5% de la variación total de la variable dependiente se cuenta por la sala en la que está el niño. Este valor aunque pequeño es significativo ($p=0.05$) por lo tanto se puede afirmar que el efecto del factor educadora no es nulo en el rendimiento del niño (Heinrich & Lynn, 2001). De esta manera, se decidió explorar si existe alguna variable capaz de dar cuenta de las diferencias encontradas entre las medias de las educadoras. Específicamente, se exploró si la complejidad de las tareas que proponen las educadoras tiene incidencia en el puntaje de los niños.

¹² Índice de correlación intraclase.

Respecto al modelo incondicional detallado anteriormente, este modelo únicamente añade una covariable medida en el nivel educadora. El modelo de nivel 1 no cambia

$$Problemas_{ij} = \beta_{0j} + r_{ij} \quad 1) \text{ Nivel niño}$$

Y la covariable de nivel 2 interviene en el modelo del nivel educadora, que en este caso serán las tareas básicas

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}TareasBA_j + u_{0j} \quad 2) \text{ Nivel educadora}$$

Sustituyendo 2) en 1) se tiene que

$$Problemas_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}TareasBA_{ij} + u_{0j} + r_{ij}$$

Este modelo lo que hace es pronosticar el puntaje medio de los problemas aplicados por cada educadora, a partir de la proporción de tiempo que invierten en las tareas básicas (TareasBA). A diferencia del modelo nulo aquí u_{0j} no se refiere exactamente al efecto del factor educadora, sino al efecto del factor educadora tras eliminar el efecto atribuible a la covariable TareasBA. Del mismo modo la varianza que recoge la variabilidad entre educadoras, ahora es una varianza condicional: indica cómo varían las salas tras eliminar las diferencias atribuibles a la covariable TareasBA.

La Tabla 28, muestra las estimaciones de los parámetros de covarianza. En esta tabla se puede observar que la varianza de los residuos en el modelo nulo y éste es casi igual (=10.94), por tanto no parece que la variabilidad del nivel 1 se vea afectada por la presencia de una covariable de nivel 2. La estimación de la variabilidad entre salas ha disminuido levemente pasando de 1.15 a 0.95, por tanto la variabilidad del nivel 2 sí se vio afectada por la covariable de nivel 2. No obstante, la Tabla 27 muestra que para la variable TareasBA esta diferencia no es significativa ($p=.08$), lo que indica que después de controlar por las tareas básicas, las salas no difieren en los puntajes de la prueba. De esta manera se concluye que no hay un efecto significativo de las tareas básicas en el resultado de los niños.

No obstante, empleando el ICC $= \frac{.95}{.95+10.94} = 0,079$, se aprecia que después de controlar el efecto atribuible a las tareas básicas el 7.9% de la variación total de la variable dependiente, todavía es atribuible a diferencias entre las medias de las salas.

Tomando en cuenta el resultado anterior, se decidió controlar por las tareas avanzadas para determinar si éstas tienen efecto sobre los resultados de los niños. Así el tercer modelo solo varía en la variable de segundo nivel considerada.

$$Problemas_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}TareasAV_{ij} + u_{0j} + r_{ij}$$

Este modelo lo que hace es pronosticar el puntaje medio de los problemas aplicados por cada educadora, a partir de la proporción de tiempo que invierten en las tareas avanzadas (TareasAV).

Como se puede apreciar en la Tabla 28, la varianza de los residuos no ha presentado grandes cambios (=10.94), señalando nuevamente que la variabilidad del nivel 1 no se ve afectada por la covariable de tareas avanzadas. No obstante, a diferencia de las tareas básicas, la Tabla 27 señala que el efecto de las tareas avanzadas sobre el puntaje de los niños es significativo ($p=.03$) y positivo, lo cual implica que una mayor proporción de tiempo invertido en tareas avanzadas estaría asociado con mayores puntajes en el test de problemas aplicados. El ICC $= \frac{.84}{.84+10.94} = 0.071$, lo cual implica que después de controlar el efecto atribuible a las tareas avanzadas el 7.1% de la variación total de la variable dependiente, todavía es atribuible a diferencias entre las medias de las salas. Este coeficiente indica lo que ocurre con los puntajes y las salas, una vez controlado el efecto de las tareas avanzadas. En el primer modelo se obtuvo que el ICC era de 0.095 y al incluir la variable TareasAV, el valor ha bajado a 0.071. Esto se debe a que una parte de las diferencias encontradas entre las salas, está explicada por las diferencias en la proporción de tiempo invertido en las tareas avanzadas. En efecto, comparando las estimaciones de los parámetros de covarianza de los modelos 1 y 3 se obtiene que $(1.15-.84)/1.15 = 0.26$ el 26% de las diferencias observadas entre las salas (diferencias en los puntajes promedio en el test de problemas aplicados), son diferencias atribuibles a la proporción de tiempo invertido en las tareas avanzadas.

No obstante el efecto de las tareas avanzadas en los puntajes por sala, se decidió explorar la incidencia de covariables de nivel 1 en dicho efecto. De esta manera se decidió ver el efecto de las TareasAV, una vez que se controla por el nivel socioeconómico de los niños, tomado en cuenta la gran incidencia de éste sobre los resultados de aprendizaje. Así, el modelo 4 queda descrito de la siguiente manera:

$$Problemas_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j}NSE_{ij} + r_{ij}$$

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01}TareasAV_j + u_{0j}$$

$$\beta_{1j} = \gamma_{10}$$

$$Problemas_{ij} = \gamma_{00} + \gamma_{01}TareasAV_j + \gamma_{10}NSE_{ij} + u_{0j} + r_{ij}$$

El coeficiente γ_{10} representa la pendiente media que relaciona el puntaje en problemas aplicados de los niños con el NSE. Los resultados de la Tabla 27 muestran que la covariable NSE tiene un efecto significativo ($p=.00$) y negativo. De esta forma se encuentra que a menor sea el nivel socioeconómico del niño, menor es el puntaje que obtiene en la prueba, lo cual es un resultado esperado. Adicionalmente se encuentra que una vez controlado el nivel socioeconómico del niño, no hay un efecto significativo de la proporción de tiempo que se invierte en las tareas avanzadas. Es así como se decidió analizar si existe un efecto moderador del nivel socioeconómico del niño sobre la proporción de tiempo que se invierte en tareas avanzadas en cada una de las salas. La Tabla 27 muestra nuevamente que hay una asociación significativa y negativa entre el nivel socioeconómico y el rendimiento en la prueba que tienen los niños ($NSE = -1.24$, $p = .00$), sin embargo no hay un efecto significativo de la proporción de tiempo invertido en tareas avanzadas ($p = .57$), cuando se controla por el NSE.

Adicionalmente la Tabla señala que aunque el efecto de la interacción entre NSE y las tareas avanzadas es distinto de cero ($NSE * Tarea_{av} = -.75$), éste no es significativo ($p = .71$). Esto indicaría que no es posible afirmar que haya una relación entre el nivel socioeconómico del niño y la proporción de tiempo que se invierte en tareas avanzadas, que ayude a explicar la variabilidad de los puntajes obtenidos en las pruebas.

IV.1.9. Síntesis de resultados sobre la relación entre las prácticas de las educadoras y los resultados de aprendizaje de los niños.

Determinar el nivel de relación de las prácticas de las educadoras y los resultados de aprendizaje de los niños medido por el test de problemas aplicados del Woodcock-Muñoz, consistió en el cuarto objetivo de la presente investigación. Como se mencionó inicialmente las prácticas de las educadoras se definieron en función de la proporción de tiempo invertido en las tareas debido a la escasa variabilidad de las variables asociadas a las estrategias e interacciones.

De esta manera y teniendo en cuenta la estructura jerárquica de los datos donde los niños se encontraban agrupados en salas se llevaron a cabo análisis multinivel que consideraron medidas a nivel niño y a nivel sala como lo son las prácticas. Dentro de los principales resultados se encontró en primer lugar un efecto no nulo del factor sala sobre el rendimiento de los niños, el cual logra explicar una proporción pequeña (9.5%) pero significativa ($p=.05$) de las diferencias entre los puntajes de los niños. Con base en este resultado, que permite atribuir las diferencias existentes a la sala en que se encuentra el niño (por consiguiente a la educadora), se exploró si la complejidad de las tareas (básicas/avanzadas) tiene incidencia en el puntaje de los niños. De este análisis se desprende que después de controlar por la proporción de tiempo invertido en las tareas básicas que proponen las educadoras, las salas no difieren en los puntajes obtenidos en la prueba. No obstante, las tareas avanzadas tienen un efecto positivo, moderado y significativo, sobre el puntaje obtenido por los niños, lo cual implicaría que una mayor proporción de tiempo invertido en tareas avanzadas estaría asociado con mayores puntajes en el test de problemas aplicados. Sin embargo, con el fin de explorar el nivel moderador de variables a nivel del niño, como el nivel socioeconómico, se encuentra que no hay un efecto significativo de las tareas avanzadas sobre el puntaje de los niños, una vez se controla por NSE. Tampoco se encontró que haya una relación entre las tareas avanzadas y las puntuaciones de los niños en las pruebas a medida que varía el NSE de los niños. Con todo, los resultados encontrados respecto al efecto de las tareas avanzadas son coincidentes con otras investigaciones (Nguyen et al, 2016) que han encontrado que tareas avanzadas tienen un fuerte efecto en los resultados de aprendizaje de los niños, incluso hasta el quinto grado. De esta manera, aunque los resultados sugieren que posiblemente lo que hacen las educadoras si marca diferencias en los resultados de aprendizaje de los niños, es necesario seguir profundizando en los efectos que tiene el NSE en la variación de los puntajes en diferentes salas, los cuales no fueron esclarecidos por los análisis propuestos.

IV.2. Resultados fase cualitativa

A continuación se presentan los resultados obtenidos en el ámbito específico del estudio del número natural y sus operaciones en el nivel de prekínder.

IV.2.1. La descripción de buenas prácticas de la enseñanza de las matemáticas en la educación parvularia

La descripción de buenas prácticas consistió en el último objetivo de la presente investigación. Para acotar el estudio y dada la variedad de tareas encontradas, únicamente se analizaron los procesos de estudio del número, puesto que fueron aquellos que se realizaron con mayor frecuencia y en mayor cantidad de salas. Como se mencionó en apartados anteriores, una buena práctica se operacionalizó como aquella que cuenta principalmente con tareas cognitivamente desafiantes, que tiene al niño como sujeto activo y que cuenta con una variedad de estrategias y representaciones, donde la actividad de resolución de problemas es el principal mecanismo para llegar a la construcción compartida de significados. No obstante, en los procesos de estudio analizados, no se encontraron situaciones que cumplieran con tales requisitos, develando las fuertes debilidades que enfrenta el desarrollo de la actividad matemática en la educación parvularia. El fragmento que se muestra a continuación ilustra una situación donde se pone en juego una tarea de contenido avanzado (operaciones), que tiene por objetivo el trabajo la resta, usando la técnica del conteo, en un contexto de resolución de problemas asociado a la vida cotidiana.

Transcripción (E: educadora, N1,2,...:niño 1, niño 2,...)¹³

E: [...]Dice así, atención, miren su hoja, y dice: en el curso pre kinder # deciden jugar a las sillitas musicales. Participan 10 niños, niños o niñas y la educadora pone 5 sillas. Cuando llega el momento de sentarse solo alcanzan a sentarse cinco niñas o niños. Pregunta: ¿cuántos quedan de pie?
E: Estrategias para realizar esto. Primero, los datos ¿Cuáles son los datos? Alicia.
Alicia: Los niños.
e: Los niños, voy a colocar entonces. Ustedes tienen un cuadrado ahí, así. En ese cuadrado vamos a dibujar las siguientes estrategias. El primer dato son los niños ¿Cuántos niños eran? (La educadora dibuja un cuadrado en la pizarra)
N: 5
(...)
E: Voy a leer otra vez. En el curso pre kinder #, deciden jugar a las citas musicales. Participan 10 niños y niñas y la educadora pone 5 sillas. Cuando llega el momento de sentarse solo alcanzan a sentarse a 5 niñas ¿Cuántos quedan de pie?
E: El problema es claro, queremos saber cuántos niños quedan de pie. ¿Los datos de este problema cuáles son? Víctor ¿Cuántos niños y niñas son?
Víctor: 10.
E: Entonces encierran con una cuerda donde dice 10 niños. Encierran con una cuerda el dato donde dice 10 niños. Siéntate bien Rocío, baja el pie. Carlos baja el pie y siéntate bien. Ya, ¿Encontraron donde dice 10 niños?
N: Si.
E: En las letras negras. Ese es el primer dato. 10 niños van jugar a la silla musical. Ya. ¿Cuál es el segundo dato importante y relevante?
N: 5

¹³ Los nombres empleados en cada una de las transcripciones fueron cambiados para resguardar la confidencialidad de los niños y niñas.

E: 5 sillas, segundo dato: 5 sillas. Marquen, completa, no tengo el libro tía no alcanzó a subir. 5 sillas, marquen donde dice 5 sillas. marque donde dice 5 sillas. Busque el número 5 y lo marca. ¿Lo marcaron? Baja el pie Joel. Recuerden ponerle el nombre a su guía. Ya. Ahora, ¿Para resolver este problema quién me puede dar ideas de estrategias? ¿Quién me puede dar ideas de estrategias para resolverlo? Yo quiero ver al Luis que hable, a la Graciela, ya Ignacio. Ignacio ¿Qué estrategia puedes usar tú para resolver el problema?

(...)

E: Ya, Pero hay 10 niños también. Raúl, haga la estrategia. Ya ¿Cuántos niños está dibujando? Perfecto, eso es simbólico. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Ya pues, son 10. 8, 9, 10. ¿Cuántas sillas habían? (La profesora se acerca a mirar el trabajo de otro niño y se queda trabajando con él)

Raúl: 5.

(...)

E: 5. Entonces aquí puede dibujar las sillas. 5. ¿Qué puedes hacer ahora? ¿Quiero saber cuántos niños quedaron de pie? ¿Qué podrías hacer ahí? Una idea: podrías unir cada niño con una silla. A ver. Ya. Ya. Sigue. Otra silla, la otra silla, para que un niño por silla. Es un niño por silla, esa, a la otra silla, ya, listo, y ahora ¿Cuántos niños quedaron de pie?

N: 3.

E: Encerrados con una cuerda todos los que están sin silla. No, enciérralos con una cuerda para que no te confundas, mira. Y ahora ¿Qué vas a hacer?

N: ()

E: Primero ¿Qué tienes que hacer?

N: Contar.

E: Contar. Vaya contando y tachando para que no se equivoque. Táchelo para que no se equivoque.

N: 1, 2, 3, 4, 5.

E: Ponga el número ahí para que no se olvide. ¿Cuántos niños quedaron de pie entonces?

N: 5.

E: Perfecto. Usaste estrategia. Te felicito. Ya, por aquí ya un compañero ya encontró una estrategia. Y bastante buena. A ver, ya, entonces une.

Como se mencionó anteriormente aunque la tarea matemática fue clasificada en un primer análisis como de tipo avanzado, el estudio didáctico del proceso de estudio, arroja como resultado, que no basta con un contenido avanzado en la clase de matemáticas, para llegar a la idea de buena práctica y tampoco es suficiente con el uso de un contexto de resolución de problemas para que se garantice la riqueza matemática suficiente que estimule de forma genuina el pensamiento matemático de los niños. Tal y como se puede observar en la situación descrita, la educadora asume la responsabilidad de la tarea, convirtiéndose así en la principal protagonista del proceso de estudio. Adicionalmente, si bien se podría tratar de una situación problema donde los niños pudiesen emplear estrategias diversas para responder a su cuestión problemática, se aprecia un marcado afán de la docente porque sigan un modelo estructurado de resolución de problemas (modelo de Polya), aún cuando algunos niños ya tienen la respuesta en mente. De esta forma, se ve como el afán por llegar a una técnica, conlleva a que el problema solo se vea como el medio para aplicar lo previamente aprendido (pasos para resolver un problema), lo que deriva en que aquello que inicialmente se concebía como un medio para alcanzar un objetivo, se convierta en el fin último del proceso de estudio. Así pues, la gestión realizada por la educadora, no permite la producción de técnicas por parte del niño y tampoco promueve una auténtica

actividad matemática, observándose la visión aplicacionista (Barquero, Bosh & Gascón, 2014) de la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, en lo que respecta a la gestión de procesos del estudio del número se está ante lo que Lacasta y Whilelmi (2008) denominan como: “una caricatura de las nociones, procesos y significados pretendidos (o potencialmente admisibles) en la etapa” (p. 3), en la medida que las situaciones problema que se proponen se prestan para un tratamiento superficial y con una menor riqueza conceptual (Chamorro, 2008). Tomando en cuenta este resultado, se exploró la organización matemática y didáctica del estudio del número natural, como condicionantes de las prácticas desarrolladas, con el fin de brindar explicaciones a la ausencia de buenas prácticas, en lo que sigue se desarrollan dichos análisis.

IV.2.2. La organización matemática en torno al número natural

Tomando en cuenta la influencia de los procesos transpositivos en el estudio de una OM (organización matemática) en una institución determinada, se consideró de gran relevancia analizar el conjunto de condiciones y restricciones que se imponen desde el punto de vista curricular sobre la construcción del número natural en la Educación Parvularia y que influyen de forma significativa en las prácticas realizadas por las educadoras. De esta manera haciendo un recorrido por las B CEP, los mapas de progreso, los libros de texto para el primer nivel de transición que se emanan desde el MINEDUC, se encontraron elementos importantes de las características de la construcción de dicha OM.

IV.2.2.1. La noción de número natural desde el punto de vista curricular

Las Bases Curriculares para la Educación Parvularia estructuran los contenidos en tres ámbitos de experiencias de aprendizaje, que se conciben como campos fundamentales de experiencias para toda la vida y que cobran especial interés en esta etapa, dado que es el período donde se inician y establecen las bases del comportamiento humano y los primeros aprendizajes (B CEP, 2008). De esta manera se proponen los siguientes tres ámbitos de experiencias:

1. El ámbito de la formación personal y social.
2. El ámbito de la comunicación.
3. El ámbito de la relación con el medio natural y cultural.

El núcleo (tal y como se denomina en las BCEP) de relaciones lógico-matemáticas y cuantificación está integrado en el ámbito número 3, junto con lo referente al estudio de los seres vivos y su entorno, y, los grupos humanos, sus formas de vida y acontecimientos relevantes. En este núcleo que se refiere al estudio de las matemáticas en el nivel de prekínder y kínder, se propone interpretar y explicarse la realidad estableciendo relaciones lógico-matemáticas y de causalidad, a través de dos procesos: la cuantificación y la resolución de problemas.

Esta relación que se establece entre lo lógico-matemático y la cuantificación, permite apreciar cómo se propone el desarrollo de los conocimientos numéricos desde dos aproximaciones: uno de cohorte cognitivo, que considera a los números como saberes relacionados con el dominio de ciertas operaciones lógicas tales como la clasificación. Otro, que se apoya en un conocimiento social como es el contar y que promueve una concepción del número natural que Freudenthal (1983) denomina *counting-number*, frente a la concepción de *cardinal-number* (Ruíz-Higueras, 2008), que más que opuestas son complementarias. Es así como, la noción de número se aborda como una propiedad respecto a la cantidad que comparten los conjuntos finitos; propiedad a la cual se accede mediante el conteo y que se representa por escrito mediante símbolos, como los numerales y se comunica oralmente a través de un conjunto cultural de palabras-número (García & Sierra, 2015).

Por tal razón, dos de los objetivos en torno a la construcción del número que se plantea desde los programas oficiales se dirige a “emplear los números para identificar, contar, clasificar, sumar, restar, informarse y ordenar elementos de la realidad” y “reconocer y nominar los números, desarrollando el lenguaje matemático para establecer relaciones, describir y cuantificar su medio y enriquecer su comunicación” (BCEP, 2008, p. 85). Específicamente, se propone hacer uso del número para comparar cantidades mediante cuantificadores (más que, menos que, igual a), a la par que se hace utiliza el conteo uno a uno, al menos hasta el diez, reconociendo que la última palabra-número es la que designa la cantidad total de objetos.

Así, la cuantificación es vista como la capacidad de describir y comprender gradualmente la realidad, avanzando en la construcción del concepto del número y su uso como cuantificador, identificador y ordenador. En este sentido es posible apreciar que se apunta a dos aspectos fundamentales para la formación del número natural en el niño que son: el número (propiedad de conjuntos finitos) y la numeración (expresión cultural de dicha

propiedad). No obstante, este se da en un conjunto bastante acotado como lo son los primeros diez números, lo cual puede tener ciertas implicaciones didácticas, sobre todo si se pasa por alto por alto, que al menos hasta el número cinco, los niños tienen la capacidad de subitizar (Clements & Sarama, 2007) y por consiguiente estos números (de tipo perceptivo y visual) no demandan, en gran parte de las ocasiones, el uso de una estrategia de conteo.

Esta relación dialéctica de número y numeración, en el sentido de que para modelar la propiedad de un número se requiere de una representación y que dicha representación tiene un valor cultural en la medida que se asocia con una propiedad respecto a la cantidad, plantea la idea de que al menos en estos niveles, no se puede pensar que el número pueda aprenderse independiente de la numeración (Ruíz-Higueras, 2008). Por tal razón, se puede apreciar que desde el punto de vista curricular se busca intencionar la dialéctica número-numeración, haciendo énfasis tanto en la reproducción escrita de los numerales como en los procesos de su uso para la cuantificación, lo cual apunta no solo la dimensión estructural/representacional, sino también a las dimensiones de uso y función del número natural.

En efecto, los objetivos que apuntan hacia la construcción del número, tales como “representar gráficamente cantidades, estableciendo su relación con los números para organizar información y resolver problemas simples de la vida cotidiana” e “interpretar hechos y situaciones del medio empleando el lenguaje matemático y el conteo para cuantificar la realidad” (BCEP, 2008, p. 85), ponen de manifiesto la intencionalidad de abordar el número natural en contextos intra-matemáticos y extra-matemáticos que involucren la vida cotidiana, situaciones concretas y la resolución de problemas como medios para la construcción de sentido y comprensión de la realidad.

IV.2.2.2. La noción de número natural desde los libros de texto

Aunque para efectos del presente estudio no se contó directamente con los manuales de texto usados por las educadoras partícipes, una mirada hacia los libros oficiales emanados desde las autoridades encargadas, permite visualizar los procesos de transposición didáctica asociados a la puesta en texto de los lineamientos curriculares, los cuales responden a una interpretación que de manera habitual se usa como referente para la organización didáctica.

En particular, para efectos de la descripción de la noción de número natural se analizaron los libros de texto de la editorial SM (2013-2015), específicamente la guía didáctica para la educadora, los cuales tienen además de las actividades para los niños, sugerencias para la implementación en la sala de clases.

Figura 4

Introducción del número natural como expresión cultural



Nota: Guía didáctica de la educadora SM (2015)

La Figura 4, muestra una actividad introductoria del número natural como expresión cultural del entorno del niño. De esta manera, se aprecia que se trata de situar a los niños en un contexto numérico vinculado a su medio, mediante ilustraciones con las cuales se espera tenga contacto frecuente, tales como los números de los autobuses, la talla del zapato o el número de una vivienda. Además se brinda la oportunidad de que consignen su propia experiencia numérica, dando lugar a una pequeña situación de comunicación. En este caso se puede apreciar que el propósito de la actividad, es reconocer e identificar los números como un atributo o característica de los objetos del entorno (que no necesariamente se asocia a la propiedad cardinal de un conjunto), por ende puede ser catalogada como una actividad asociada a la numeración que busca un primer acercamiento a la designación cultural del número, y partiendo de la base de que fuera de la escuela los niños tienen contacto con números más grandes que los dígitos.

Por su parte la Figura 5 muestra, cómo se transita de situaciones de contextualización del código a situaciones de reproducción de éste. Como se puede apreciar, las dos actividades

propuestas persiguen objetivos puntuales: introducir el número como cardinal donde la técnica de conteo es la estrategia óptima para lograr el objetivo y expresar la medida de los conjuntos mediante el numeral. Estas aproximaciones guardan estrecha relación con la propuesta curricular pues apuntan principalmente al reconocimiento del número natural como cardinal y la designación cultural de dicha medida, sin embargo a diferencia de lo contemplado en las BCEP ésta no se hace mediante situaciones que ayuden a la construcción de sentido, sino mediante una introducción directa y descontextualizada, donde contar y numerar son un fin en sí mismo.

Figura 5

El número natural como cardinal



Nota: Guía didáctica de la educadora SM (2015)

Tal y como mencionan García y Sierra (2015), este tipo de presentaciones planteadas desde los libros de texto, permite afirmar que no existe una verdadera construcción de las cantidades de magnitud discreta, gracias a la ausencia de problemas que lleven a la necesidad de construir la medida y comunicarla. De esta manera, se puede apreciar que la actividad matemática del niño se ve limitada a situaciones en las que medir conjuntos y expresar dicha medida son el centro de su quehacer y no un medio para resolver un campo más amplio de situaciones problemáticas (Figura 6).

de los anteriores análisis y contrastando la propuesta para la construcción del número natural emanadas B CEP, se puede deducir que pese a que la propuesta curricular insiste en un modelo de aprendizaje constructivista donde el número adquiere función y sentido mediante la resolución de problemas, la transposición didáctica del número natural en los libros de texto se basa en un modelo empírico sensualista (Ruíz-Higueras, 2008) y provoca lo que García y Sierra (2015) denominan como “un fenómeno de evitación de la magnitud discreta, evidenciado por una introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida, y de los códigos y palabras culturales que representan el resultado de dicha medida” (p. 306). No obstante, tanto las B CEP como en los libros de texto convergen en el conjunto de tareas (comparación y producción de colecciones), como en la técnica universal (conteo), para la construcción de la noción de número natural.

IV.2.3. La organización didáctica en torno al número natural

En el apartado anterior se pudo observar que aunque en las B CEP se plantea un modelo constructivista, desde los libros de texto se propone la enseñanza del número natural desde un enfoque empirista sensualista que se caracteriza por un fenómeno didáctico que García y Sierra (2015) denominan como, evitación de la magnitud discreta, caracterizado por una introducción directa del conteo, los códigos y palabras culturales para el desarrollo de la noción del número. Si bien ambos coinciden en las tareas y técnicas propuestas, la interpretación respecto a la ampliación de los campos de problemas, es en donde se aprecia la falta de construcción de sentido en torno al número. Dicho fenómeno puede tener incidencia directa en las prácticas docentes, pues es mediante éstas, que los fines y propósitos tanto de los lineamientos curriculares como de los libros de texto pasan, por un nuevo proceso de transposición ahora a cargo del docente quien hace su respectiva lectura y adaptación.

IV.2.3.1. El proceso de estudio de la OM de número natural

La gestión de los procesos de enseñanza-aprendizaje observados en torno a la noción de número natural, similar a lo que se observa en los libros de texto, resultó limitada en términos de las tareas y técnicas matemáticas que se ponen en juego a la hora de resolver situaciones numéricas. Como se puede observar en el fragmento de clase que se describe a continuación, al igual que lo señalado en los libros de texto, las tareas que se proponen van encaminadas hacia la producción de colecciones equipotentes (colorear tantas casillas

como círculos aparecen en la ficha) usando la técnica del conteo. Estas situaciones no apuntaban hacia la razón de ser del número y su designación, sino más bien a la rutinización de la técnica institucional, mediante la práctica.

Transcripción (E: educadora, N1,2,...:niño 1, niño 2,...)

E: Ustedes acá tienen tía, vamos a necesitar la ayuda, porque ha venido, alguien está hablando tía, Álvaro yo creo que tiene que correrse más acá. Alaia, todos mirando acá porque vamos a ver dos ejemplos y después tú te vas a ir a trabajar... Julieta. Carlos. Ya, miren, acá me va a decir alguien, levantando la mano ¿Qué tenemos acá?

N1: Yo

E: Alguien que no haya participado: Antonio

Antonio: Figuras

E: ¿Figuras qué?

Antonio: Círculos...

E: Figuras geométricas, ya

Antonio: Círculo, triángulos, rectángulo, cuadrado

E: Ya, miren aquí lo que te están diciendo, todo mirando acá, Sergio no me está mirando tía. Aquí te están diciendo, vino parece que el fantasma y dijo, ah, borró todos los cuadrados porque dijo: voy a pillar a los niños del prekindergarten #. Entonces qué dijo: ellos van a tener que contar solitos cuando vayan a su hoja a trabajar, ah, dijo, a ver, ¿Cuántos triángulos hay? Entonces mmm, voy a mirar 1, 2, 3 ¿Seguro que hay tres? (La educadora cuenta junto con los niños señalando las figuras que están dibujadas en un papel kraft)

N2: Si

E: 1, 2, 3. Entonces con los lápices, voy a ocupar un lápiz de un solo color, tengo que pintar. ¿Que me están diciendo acá? ¿Cuántos triángulos hay?

N3: 3

E: 3, entonces tengo que pintar ¿Cuántos? 1, ayúdenme a ustedes porque yo no puedo, 2 ¿Sigo pintando?

N: Si

E: Si, porque ¿Cuántos triángulos hay?

N4: 3

E: ¿Pinto uno más?

N: No

E: ¿Por qué?

N: Porque sólo habían tres.

En este episodio, se puede apreciar que aunque este tipo de situaciones responden en cierta medida a la dialéctica número-numeración que se plantean en los programas, donde propiedad y designación cultural van de la mano, los niños se ven expuestos de manera directa a las situaciones de cardinación, sin cuestionar las técnicas posibles, pese a las recomendaciones de las BCEP, sobre la necesidad de que esto ocurra en situaciones que ayuden a la construcción social del sentido del número.

Por tal motivo, un hallazgo particular dentro de los procesos de estudio llevados a cabo por la educadoras, es la ruptura entre la relación número y numeración, para privilegiar la reproducción correcta del signo o código, como el conocimiento numérico de mayor importancia o quizá como el principal generador del sentido del número en esta etapa.

Transcripción (E: educadora, N1,2,...:niño 1, niño 2,...)

E: Nadie hace nada. Pásale a Tomás. Nadie hace nada hasta que la tía diga. Vamos a trabajar con pizarra los números. No se le vaya a ocurrir entrar a la Sandra después gritando con todos los niños para acá.

N: Este es el juego de la piroca.

E: Exactamente, a ver ¿Cómo ves? El juego de la

N: Piroca.

E: Piroca, al que le toca, le toca...

E: Siéntate bien Joaquín, cruza las piernas, siéntate bien. Ahí ya. Un plumoncito a mi. Miren, el plumón ¿Donde guardamos la tapita? Atrás.

N: Si.

E: Ah, listo, tía quítale la pizarra a Pablo, no entiende.

E: Última oportunidad.

E: ¿Que conversé contigo denantes? Ya Pablo. ¿Estamos listos?

N: Si.

E: Ya. Shhh. Ya niños, vamos a trabajar los números, vamos a graficar primero, a ver, el número, shhh, tía sácame el Pablo de ahí ponlo atrás. El número tres, a ver ¿Quién me puede hacer el número 3?

N1: Ya lo hice.

E: A ver, shhh. A ver, acuérdate que cuando trabajamos en la pizarra no gritamos, levantamos, lo levantamos.

N1: ()

N: Shhh.

E: Levantamos y yo puedo verlo. Muy bien. Ya. 3 ¿Cierto?

N2: Tía.

E: Ya. Ahora ¿Cuántos objetos tenemos que dibujar?

N:3.

E: Dibujó tres objetos, cada uno dibuja lo que quiera. Dibuja el 3 Nicolás, mira.

N: ()

E: Shhh.

E: Muéstrémelo, qué terminó levanta. Muy bien, 3, muy bien, muy bien, estamos esperando a la Vannesa que me muestre. Ay, tres flores, miren, muy bien, el 3. A ver la Cecilia, muy bien Cecilia. ¿Estamos?

N: Si.

E: Ahora dibuja el número

N: 4

E: No, 5. Shhh. el que no se acuerda lo puede mirar acá y recordar cuál es el 5. Shhh, dije el cinco, recuerden que esta es la pared de números y a nosotros nos sirve para recordar.

N: ()

E: Shhh. Haga el número 5. Levántame el que supo hacer el 5 para yo revisar. Shhh. Muy bien, muy bien.

N3: Tía ¿Esto le parece bien?

E: Miren, miren, miren, vamos a enseñarle a Roque que se equivocó un poquito. Recuerden que el 5, miren, rayita, rayita, guatita ¿Se acuerdan cuando se los enseñé? Muy bien Fabián, muy bien.

N4: ¿Así tía?

E: Sí, pero no es necesario gritar. Ya. Ahora vamos a dibujar cinco objetos, vamos, contando, vamos, haga el 5.

Es así como se observa (ver fragmento) la introducción del número de forma ostensiva, acompañado de su expresión escrita (numeral), haciendo alusión al modelo epistemológico dominante (en la educación parvularia) del número natural, como propiedad que comparten determinados conjuntos finitos y que se representa por escrito y oralmente mediante un conjunto cultural de símbolos y palabras (García & Sierra, 2015). De esta forma, se puede apreciar que la situación se inclina hacia la reproducción correcta del código, mediante indicaciones específicas sobre su gráfica (rayita, rayita, guatita), lo cual apunta más a una tarea de adquisición de vocabulario y conocimientos sociales, que a los conceptos subyacentes a la noción de número natural. Adicionalmente se observa un trabajo enfocado en los llamados números perceptivos o visuales (Chamorro, 2008), que pocas veces necesitan de la técnica de conteo para su reproducción y que por lo tanto hace del conteo un algoritmo mecanizado carente de significado. Tal y como mencionan Lendínez, García y Sierra (2017), esta conceptualización del número, dice poco respecto a la actividad matemática que conduce a identificar la numerosidad de los conjuntos y a la necesidad de construir representaciones de la misma.

En este sentido, el problema radica en que no solo los niños se ven escasamente desafiados en las situaciones numéricas que se proponen, sino que además muchas de las tareas a las que se enfrentan podrían ni siquiera corresponder a tareas matemáticas en sí, pues se basan en la idea de que basta que aprendan a escribir bien ciertas grafías para luego escribir bien cualquier número (Lacasta & Whilelmi, 2008) y escribir bien cualquier número es el paso más importante para la construcción de los primeros conocimientos numéricos. De esta manera, la noción de número natural se queda en el plano de los conocimientos convencionales y utilitarios (Chamorro, 2011), que si bien forman parte importante de los conocimientos sociales, son insuficientes a la hora de comprender el número y sus diferentes contextos de uso: matemático, social y simbólico (Chamorro, 2008). Así, de nuevo se reproduce el fenómeno didáctico de “evitación de la magnitud discreta, evidenciado por una introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida, y de los códigos y palabras culturales que representan el resultado de dicha medida” (García & Sierra, 2015, p. 306).

IV.2.3.2. La praxis didáctica de las educadoras de párvulos

Tal y como se mencionó anteriormente, el proceso de estudio de la OM del número natural se caracteriza por un fenómeno de evitación de la magnitud discreta, con un énfasis en la reproducción escrita de las palabras y símbolos, y con la ausencia de situaciones que permitan estudiar la razón de ser del número y designación. De esta manera, se encontró que al igual que lo que sucede con los libros de texto, los niños se enfrentan a dos tipos de tareas, comparación y producción de colecciones equipotentes, bajo una única técnica institucional que es el conteo. En este sentido, se observa que, al menos en lo que respecta a la muestra del estudio, los niños se encuentran escasamente desafiados y enfrentados a tareas que incluso en ocasiones pueden no ser realmente de tipo matemático.

Ahora bien, este proceso de estudio es emprendido y orientado por la educadora mediante el empleo de tareas y técnicas didácticas, que le permiten llevar a cabo su planeación didáctica y cumplir con los objetivos propuestos. Tal y como se expuso en el marco teórico a la hora de dirigir un proceso de estudio, la educadora puede realizar al menos seis tipos de tareas: 1) realizar el momento del primer encuentro; 2) realizar el momento exploratorio; 3) realizar el momento tecnológico-teórico; 4) realizar el momento de la institucionalización; 5) realizar el momento de trabajo de la técnica, y 6) realizar el momento de la evaluación. De igual manera, pone en funcionamiento técnicas didácticas,

- Para modificar, cuando es necesario, el medio de la situación (técnicas mesogenéticas)
- Para organizar o re-organizar el reparto de responsabilidades entre profesor y alumnos (técnicas *topogenéticas*)
- Para regular el tiempo didáctico (técnicas *cronogenéticas*).

El objetivo de tipificar las tareas y técnicas didácticas de las educadoras de párvulos consiste en tener una imagen descriptiva de la forma como se orientan los procesos de estudio en torno al número natural, con el fin de relevar el conjunto de normas que se establecen al interior de la clase y que delimitan el rol del niño y el de la educadora frente a la actividad matemática.

La Tabla 29 resume el conjunto de tareas y técnicas que prevalecen en el proceso de estudio del número natural en las salas partícipes del estudio.

Tabla 29

Tareas y técnicas didácticas en el procesos de estudio de la OM del número natural

	Tipo de tareas/técnicas	Descripción
Tareas Didácticas	Momento del primer encuentro	La educadora presenta la tarea, la define y la explica detallando las acciones a realizar por los niños. Se caracteriza porque se hace de manera intuitiva, mediante el uso de preguntas que buscan instaurar los aspectos formales (en el sentido del uso de lenguaje formal) de los conceptos, si hay algún tipo de manipulación éste queda a cargo de la educadora.
	Definir la relación de la educadora y los niños con el medio: contrato didáctico Momento del trabajo de la técnica	La educadora de manera explícita y/o implícita define cuál será el rol de cada uno de los actores. Educadora como actor principal sobre el medio. Tras asumir la responsabilidad del desarrollo de la tarea la educadora modela las acciones a realizar por los niños. Para el caso de la noción del número natural, estas acciones se refieren al conteo y/o la designación convencional del número. Seguidamente, el rol de los niños es replicar las acciones de la educadora en situaciones similares o iguales a las que se exponen en el primer encuentro, con el fin de llegar a la sistematización y rutinización de la técnica.

	Momento de institucionalización	Este momento puede darse inmediatamente después del trabajo de la técnica, antes de la práctica o finalizada la práctica, con el fin de darle el estatus a la técnica de universal y apropiada para el tipo de tareas propuesto.
Técnicas didácticas	Técnicas mesogenéticas	Las técnicas mesogenéticas observadas se encaminan a presentar y describir el medio, junto con las técnicas apropiadas a éste.
	Técnicas cronogenéticas	Cambiar el momento de estudio (primer encuentro, trabajo de la técnica e institucionalización). Control del tiempo de estudio mediante procesos de ralentización cronogenética, ofreciendo amplios espacios para la práctica de la técnica y aceleración cronogenética para cumplir con el tiempo regulativo de la clase.
	Técnicas topogenéticas	Movimiento topogenético ascendente: la educadora asume gran parte de la actividad matemática para modelar la técnica a los niños e instaura una diferenciación topogenética extrema, en el que el topos del niño queda reducido a la reproducción de la técnica señalada por la educadora, aunque en algunas ocasiones de la sensación de una construcción cooperativa de técnicas mediante el

		cuestionamiento constante sobre las mismas. No obstante, el topos de la educadora es el que adquiere mayor protagonismo.
--	--	--

Como se puede apreciar en la Tabla 29 las tareas didácticas de las educadoras se enfocan en cuatro aspectos. En primer lugar, realizar el primer encuentro con la tarea numérica con el fin de presentarla y evocar conocimientos previos de la misma. Por lo general como se hace referencia a tareas de aplicación de una técnica, más que de generación o producción de nuevas técnicas, se busca realizar preguntas que invitan a los niños hacer uso de la memoria, buscando en situaciones familiares la razón de ser de la, en apariencia, nueva situación. En segundo lugar, otra tarea que desarrollan las educadoras, tienen que ver con la definición del papel alumno-docente frente a la tarea. En este sentido, se logra observar que la responsabilidad total de la solución de la tarea y la construcción/aplicación de técnicas, queda a cargo de la educadora, quien al parecer asume que la única forma de que el niño aplique con éxito una técnica, es a través de la manipulación previa de ésta, dando nulo espacio a la incertidumbre que conlleva un encuentro previo del niño con la tarea. Esto conlleva justamente a que la tercera tarea didáctica, consista en el trabajo de la técnica, donde la educadora modela las acciones a seguir por los niños, reduciendo al mínimo la incertidumbre mediante la reproducción y práctica de las mismas en situaciones similares (en algunos casos iguales). Por ejemplo, para el caso descrito sobre el conteo de los círculos, los niños luego repiten la acción con otras figuras (triángulos y cuadrados) para finalmente, trabajar de manera individual en el conteo de frutas (arándanos, manzanas). Esta, en apariencia, nueva situación solo lleva a que el niño repita una y otra vez la técnica y de esta manera se llegue a la institucionalización de la misma como la estrategia óptima para resolver con éxito situaciones similares.

En relación a las técnicas, es posible apreciar, que éstas se enfocan principalmente en definir un rol activo de la educadora, quien tiene control sobre los procesos de estudio, el tiempo y el topos del alumno. En este sentido se observa que la educadora tiende a ubicarse como el actor principal del proceso, dando un lugar pasivo y marginal al niño. El tiempo, que también está a cargo de la educadora, se encamina a que todos cumplan con el desarrollo de la tarea, más que ajustarse a las necesidades propias del niño. Así, se

logra apreciar que realiza movimientos de ralentización y aceleración topogenética (Ruíz-Higueras & García, 2011), con el fin de llegar al término de la tarea más que buscar un ajuste entre el tiempo de enseñanza y el tiempo de aprendizaje. De esta manera, se puede concluir que en lo que respecta a las tareas y técnicas didácticas observadas, la educadora de párvulos es la directora y protagonista de los procesos de estudio en torno a la OM número natural y la actividad matemática se caracteriza por tener un enfoque tecnicista con una mínima participación del niño.

IV.2.4. Síntesis de los resultados obtenidos

El objetivo de realizar un análisis de la dimensión fáctica y curricular de la prácticas de las educadoras de párvulos centrado en proceso de estudio de número natural, se encaminó a develar, los marcos de referencia y actuación que rigen y norman la praxis de las educadoras, puesto que en dicho objeto de estudio intervienen distintos significados, percepciones y acciones de los diferentes agentes implicados tanto a nivel del aula como a nivel institucional (Fierro, Fortuol & Rosas, 2000).

De esta manera, las prácticas no se asocian únicamente a acciones intuitivas y deliberadas que responden a aspectos personales (creencias, formación, experiencia), sino que también buscan adaptarse a un proyecto político social y cultural, sobre lo que significa enseñar y aprender en determinado contexto. Por tal razón, una vez identificada la ausencia de buenas prácticas, se consideró necesario determinar cómo los distintos procesos transpositivos del saber, enmarcan condiciones y restricciones que se reflejan en las prácticas docentes y que se materializan en forma de técnicas y tareas (OM, OD), convirtiéndose así en una forma de comprender el por qué se gestan determinados procesos de estudio en las salas de clase.

Tomando en cuenta lo anterior, los resultados de los análisis muestran por una parte que la enseñanza del número se da principalmente mediante el abordaje de dos tipos de tareas: comparación de colecciones y producción de colecciones equipotentes, enmarcadas en un contexto de uso del número social, convencional y bajo una única técnica institucional como lo es el conteo. Esto pone de manifiesto un fenómeno didáctico que otros autores han denominado como, la evitación de la magnitud discreta, evidencia por introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida, y de los códigos y palabras culturales usado como formas de representación (García & Sierra, 2015). De esta manera, se puede apreciar que se adopta una visión aplicacionista de la matemática (Barquero, Bosch &

Gascón, 2014), caracterizada por actividades que buscan la aplicación de técnicas de conteo basada en objetos matemáticos ya aprendidos como lo son los numerales. Así, estos resultados indican que las técnicas son aprendidas de manera mecánica y no como producto de la exploración de un campo de problemas que le da sentido y razón de ser. Por otra parte, en relación a las tareas y técnicas didácticas, se pudo encontrar que la educadora de párvulos es la directora y protagonista de los procesos de estudio en torno a la OM número natural y la actividad matemática se caracteriza por tener un enfoque en el trabajo de la técnica con una mínima participación del niño. De esta manera, se observa prevalece un modelo docente tecnicista, que concibe la enseñanza como algo mecánico, completamente controlado por el profesor, donde aprender y enseñar técnicas es el fin último del proceso didáctico (Gascón, 2001). Por tal razón, se encontró que en los procesos de estudio en torno al número natural la actividad de resolución de problemas, esta totalmente trivializada, puesto que se busca partir de ciertas técnicas algorítmicas para posteriormente plantear solo aquellos ejercicios que permiten su entrenamiento (para llegar a dominarlas), excluyendo de su repertorio, estrategias de resolución más complejas y no algorítmicas.

Los procesos de estudio así descritos, difícilmente responderán a criterios de buenas prácticas, debido a la limitada actividad matemática del niño, la escasez de desafíos y la sobre-simplificación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aunque la ausencia de buenas prácticas puede resultar un tanto desalentador, después de realizado el análisis didáctico se puede apreciar que lo realizado por las educadoras, solo es la manifestación de las restricciones de las OM a enseñar, lo cual plantea desafíos en relación al desarrollo de la actividad matemática en la educación parvularia. En primer lugar, no basta con las indicaciones curriculares para que las educadoras de párvulos desarrollen una actividad matemática con sentido en los espacios destinados para la enseñanza de las matemáticas. En efecto, la propuesta curricular para el desarrollo de las nociones lógico-matemáticas, es muy general en cuanto a los fines y objetivos y no provee herramientas suficientes a las educadoras para organizar la enseñanza (Friz et al, 2009). Tampoco es suficiente con enunciar la necesidad de asumir un enfoque constructivistas en la enseñanza de las matemáticas, para lograr que efectivamente se desarrolle en el aula. De hecho los resultados muestran la persistencia de modelos clásicos, que responden a la enseñanza tradicional y que se fundamentan en modelos epistemológicos tecnicistas (Gascón, 2001). De esta manera, se puede apreciar que persiste un fenómeno donde se

olvidan los auténticos problemas y se reemplazan por la rutinización de técnicas matemáticas, con una total ausencia de sentido.

Para llegar al establecimiento y ejercicio de buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas, es necesario realizar procesos de reflexión profundos, sobre lo que implica enseñar y aprender matemáticas, pero sobre todo lo que implica enseñar y aprender matemáticas en la primera infancia, poniendo en discusión, lo matemático, lo didáctico, lo personal y lo institucional. Las prácticas docentes, están atravesadas por muchos factores y por ello es importante comprender la complejidad del sistema didáctico y sus relaciones con los proyectos sociales y culturales, pues como se observó a lo largo de las situaciones expuestas, la actividad matemática de los niños en parvularia responde más a la adquisición de vocabulario y conocimientos sociales, que a una construcción de conocimientos lógico-matemáticos.

V. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La relevancia de estudiar las prácticas docentes en relación a la enseñanza de las matemáticas en Educación Parvularia, se apoya, por una parte, en el amplio consenso que existe en la literatura sobre el hito que marca la educación temprana en general y, por otra, en la evidencia específica que muestra que las experiencias matemáticas que los niños reciben durante la primera infancia tienen consecuencias a largo plazo y marcan diferencias importantes tanto en los aprendizajes como en el rendimiento académico futuro (Duncan *et al.*, 2007; Libertus, Feigenson & Halberda, 2011; Magargee & Beauford, 2016). No obstante, el estudio de las experiencias de aprendizaje matemático que los niños y niñas reciben en estos primeros años, aún es un campo poco explorado en el contexto chileno. Por tal razón, la presente investigación se encaminó en primer lugar a describir y caracterizar las prácticas de las educadoras de párvulos, la relación con sus expectativas, ansiedad y aprendizaje de los niños y, en segundo lugar, a identificar los factores que explican la ausencia de buenas prácticas (en la muestra observada) que puedan orientar los procesos de enseñanza desde y hacia las mismas educadoras. A continuación se discuten los resultados obtenidos y sus implicancias en la enseñanza de las matemáticas en la Educación Parvularia.

V.1. La enseñanza de las matemáticas en el nivel inicial: una visión de la praxis

Tradicionalmente la enseñanza de las matemáticas en Educación Parvularia ha sido de corte informal y, en consecuencia, ocurre durante el tiempo de juego libre con escasa participación intencionada de la educadora (Clarke *et al.*, 2011). En este sentido, se ha considerado que un ambiente físico enriquecido con objetos y materiales es suficiente para que los niños desarrollen el pensamiento matemático (Lee y Ginsburg, 2009). No obstante, aunque los niños pueden aprender ciertos aspectos matemáticos en los juegos, estos solo pueden avanzar desde las matemáticas intuitivas a los conceptos, procedimientos y simbolismos formales de la disciplina con la asistencia de un adulto (Lewis-Presser *et al.*, 2015). Por tal razón, la literatura muestra que es necesario que las educadoras destinen un tiempo específico para el trabajo de las matemáticas, con experiencias planificadas e intencionales que involucren la enseñanza explícita y estructurada de éstas, como parte de una educación de calidad (McLaughlin, Aspden y Snyder, 2016).

Tomando en cuenta este planteamiento, parte de los objetivos de esta tesis consistió en caracterizar la praxis de las educadoras de párvulos, en términos de las tareas matemáticas, estrategias e interacciones que se ponen en práctica durante la enseñanza de las matemáticas en salas de prekínder. De aquí se encontró, que, aunque las educadoras diseñan actividades intencionales para la enseñanza de las matemáticas, el trabajo matemático de la sala se enfoca mayormente en tareas mecánicas y procedurales (Hoadley, 2008), tales como reconocimiento de número, correspondencia número-cantidad, reconocimiento de figuras y conteo verbal, que no requieren un conocimiento especializado de las matemáticas. En este sentido, las tareas que aparecieron con mayor frecuencia fueron aquellas cuyo objetivo implicaba reconocer y traer a la memoria información relevante (tareas básicas), más que construir significados o aplicar procesos (tareas avanzadas). Específicamente y, coincidente con otras investigaciones, se encontró que la OM relativa al número natural, se enfoca principalmente en el abordaje de dos tipos de tareas: —comparación y producción de colecciones equipotentes—, enmarcadas en un contexto de uso del número social-convencional y bajo una única técnica institucional como lo es el conteo. De esta manera, se pudo observar que en las salas los niños y niñas se involucran en tareas que ponen en evidencia una introducción temprana, directa y acrítica de la aplicación medida, y de los códigos y palabras culturales usados como formas de representación. Así, fue posible encontrar que aunque parte del trabajo

matemático se enfoca en un eje de gran importancia como son los números, persiste el importante desafío de desarrollar tareas con significado que ayuden a interpretar la función y contextos de uso del número, y no solo en el aprendizaje de la grafía o código. Con esto no se busca ignorar el hecho de que el dominio de ciertas tareas y habilidades básicas, como el aprendizaje de los numerales y la respectiva cantinela, constituyen un andamio natural para el desarrollo de habilidades más complejas. Solo se pretende resaltar que no son el único propósito de la enseñanza de las matemáticas en este nivel.

En efecto, como se ha mostrado en diversos estudios, los niños y niñas son capaces de desarrollar habilidades matemáticas complejas en variadas áreas de las matemáticas ((National Association for the Education of Young Children [NAEYC], 2009; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2010), pero se requiere de experiencias intencionales donde los niños y niñas sean los principales protagonistas y tengan la oportunidad de explorar, resolver problemas y manipular, entre otros procesos. No obstante, la presente investigación encontró que la mayor parte del tiempo de la experiencia de aprendizaje matemático es la educadora el actor principal, siendo las estrategias de enseñanza en su mayoría centradas en el profesor. Esto significa que en las aulas de educación parvularia estudiadas prima un enfoque en el que la adquisición de información es más importante que el proceso, caracterizado por un trabajo de tipo individual o grupo completo, donde las tareas matemáticas se desarrollaban principalmente mediante el uso de guías de ejercicios y a través de intercambios privados con énfasis en preguntas cerradas. Mientras que las estrategias centradas en el niño, que están en mayor coherencia con las recomendaciones pedagógicas de las B CEP para esta etapa, fueron empleadas en una proporción menor.

A partir de esto, es posible afirmar que en lo que respecta a la enseñanza de las matemáticas en prekínder, la educadora de párvulos es la directora y protagonista de los procesos de estudio y la actividad matemática se caracteriza por tener un enfoque en el trabajo de la técnica con una mínima participación del niño. Así, se observa que prevalece un modelo docente tecnicista, que concibe la enseñanza como algo mecánico, completamente controlado por el profesor, donde aprender y enseñar técnicas es el fin último del proceso didáctico (Gascón, 2001). Esto se refleja de igual manera en la calidad de las interacciones, las cuales se caracterizaron por focalizarse en un aprendizaje memorístico y rutinario con escasas conexiones entre conceptos, con pocas instancias donde se promoviera el análisis, razonamiento, predicciones, intercambios ida y vuelta,

y preguntas abiertas que desencadenaran conversaciones no unidireccionales que permitieran un uso extendido del lenguaje. De esta manera, los resultados encontrados permiten caracterizar el aprendizaje de las matemáticas en el nivel de prekínder como la apropiación privada de tareas básicas con una alta dirección de la educadora.

En síntesis, el desarrollo de esta tesis permitió develar que analizando variables asociadas a núcleos pedagógicos y con foco curricular, como las tareas y estrategias, y variables de tipo funcional como las interacciones en la educación parvularia, existen importantes desafíos para promover ambientes instruccionalmente activos, especialmente durante la enseñanza de las matemáticas. Estos hallazgos ponen de manifiesto la necesidad de prestar atención a los procesos matemáticos iniciales, puesto que se están reproduciendo fenómenos didácticos que responden a la enseñanza tradicional y que se fundamentan en modelos epistemológicos clásicos, donde se olvidan los auténticos problemas y se reemplazan por la rutinización de técnicas matemáticas, con una total ausencia de sentido (Gascón, 2001). Así, fortalecer la formación matemático-didáctica de las educadoras de párvulos se convierte en una necesidad, si el foco de la enseñanza de las matemáticas en edad inicial busca trascender del conocimiento social-convencional al conocimiento lógico-matemático.

V.2. Expectativas académicas y ansiedad matemática: su relación con las prácticas de las educadoras

Los juicios que los profesores hacen sobre la cantidad del progreso académico que creen que sus estudiantes lograrán (por ejemplo) al final del año, tienen un rol significativo en las interacciones que entablan con ellos, comportándose de manera distintas con los estudiantes hacia los que tienen altas o bajas expectativas (Brophy & Good, 1970). Por ejemplo, profesores con altas expectativas sobre sus estudiantes, tienen mayor confianza en sus capacidades para marcar diferencias en el aprendizaje y por ello dedican más tiempo para responder preguntas, ofrecen un *feedback* más preciso y detallado, demandan mayor trabajo y esfuerzo en el rendimiento académico y otorgan elogios con mayor frecuencia para las respuestas satisfactorias (Good & Brophy, 1990). No obstante, factores como la ansiedad matemática hace que los docentes empleen con mayor frecuencia métodos de enseñanza tradicionales (Bush, 1989; Gresham, 2007), promuevan la dependencia del profesor y favorezcan el uso de algoritmos por sobre procesos de razonamiento matemático (Karp, 1991). Estos niveles de ansiedad que influyen en las

prácticas, a su vez, se relacionan con resultados más pobres de los niños, (Aslan, Gürgeh & Tas, 2013) y, más especialmente, de las niñas (Beilock, Gunderson, Ramírez & Levine, 2010). De esta manera, la literatura señala que tanto las diferencias en las expectativas académicas como la ansiedad matemática, influyen en las prácticas docentes, en relación a los tipos de tareas que proponen (Rubie-Davies, Hattie & Hamilton, 2006; Rubie-Davies, 2007), las estrategias que emplean y las interacciones que desencadenan (Bush, 1989; Good, 1987).

Por tal razón, además de analizar el quehacer de la educadora y su praxis didáctica, otro de los objetivos de investigación consistió en determinar si características de la educadora, como las expectativas académicas y la ansiedad matemática, se relacionaban con el ejercicio de sus prácticas. Al respecto, en primer lugar se encontró que las educadoras de la muestra se caracterizaron por tener altas expectativas académicas respecto de las características necesarias para el ingreso a primero básico, lo cual se encuentran acorde con los objetivos esperados propuestos por la BCEP para el fin de la educación parvularia. Es así como se puede observar que a nivel declarativo las educadoras consideran al niño como un sujeto activo capaz de desarrollar procesos de pensamiento complejo, asociados específicamente a las matemáticas. Al mirar cómo dichas expectativas se relacionan con las prácticas, en términos de tareas, estrategias e interacciones, se encontró que aquellas educadoras que reportan niveles de expectativas académicas más altas, tienden a invertir menos tiempo en tareas básicas; es decir, invierten menos tiempo en tareas de memorización y procesos rutinarios, como lectura y escritura de números, reconocimiento de formas, etc. Esto es coincidente con lo reportado por otras investigaciones, donde se encuentra que las tareas cognitivamente menos demandantes son características de los ambientes con profesores con bajas expectativas académicas (Rubie-Davies, Hattie & Hamilton, 2006; Rubie-Davies, 2007).

Por otra parte, en cuanto a la ansiedad matemática, se encontró que a pesar de que las educadoras tienen altas expectativas sobre las capacidades de los niños, ellas manifiestan estar nerviosas a moderadamente nerviosas al momento de enfrentar situaciones matemáticas. Estos resultados concuerdan con los de otras investigaciones (nacionales e internacionales), donde se encuentra que aunque las educadoras reconocen la importancia de las matemáticas, cuentan con cierto temor hacia ellas proveniente de su propia historia escolar (Lee & Ginsburg, 2009; Ormeño, Rodríguez & Bustos, 2013).

Al analizar la relación entre ansiedad matemática y la práctica, aunque de acuerdo con la literatura era esperable que las educadoras con altos niveles de ansiedad realizaran prácticas donde se ejerce un mayor control del profesor y se favorece el uso de algoritmos, los resultados obtenidos no indican una relación significativa entre ninguno de los tipos de tareas, estrategias e interacciones, y la ansiedad matemática. Este hecho puede deberse tanto al reducido tamaño de la muestra ($N=18$), como a la generalidad y a la falta de variabilidad en cada una de las categorías definidas, que aún no se encuentran plenamente centradas en lo que respecta a las particularidades de la gestión pedagógica de una clase de matemáticas.

En síntesis, se pudo observar que al menos en lo que respecta a las expectativas académicas, existe una relación entre las concepciones que se forman las educadoras sobre las capacidades de los niños en edad parvularia, y los tipos de tareas que seleccionan para el desarrollo de habilidades matemáticas. Este importante hallazgo permite evidenciar cómo las educadoras ajustan sus prácticas según lo que creen está acorde a las capacidades de niños y niñas, por tal razón el abordaje de expectativas y creencias de las educadoras de párvulos, constituye un eje importante de analizar en los procesos de formación inicial. Aunque no se encontró relación entre las expectativas y el uso de tareas avanzadas, estrategias centradas en el niño e interacciones que promovieran procesos de pensamiento complejo, el hecho de usar menor proporción de tareas básicas en una clase de matemáticas, puede ser indicativo de que al menos en estas salas los niños tienen la oportunidad de involucrarse en tareas matemáticas cognitivamente más demandantes o tareas de principios (Hoadley, 2008). Finalmente, el no hallazgo de otro tipo de relaciones esperadas, sugiere que es necesario realizar ajustes tanto a las categorías definidas como las características de la muestra, con el fin de ajustar las variables de tipo curricular (tareas y estrategias) y las de tipo funcional (interacciones), a las gestión particular de la clase de matemáticas.

V.3. Las prácticas de las educadoras y el aprendizaje matemático de los niños

Tomando en cuenta la evidencia existente sobre la relación entre las prácticas de las educadoras (tareas, estrategias e interacciones) y el nivel y ritmo de aprendizaje de los niños, se decidió estudiar la relación entre tareas (básicas/avanzadas) y aprendizaje de los niños. Se tomó como variable de interés las tareas matemáticas, debido a que fue la variable que cumplió con las características estadísticas para ser parte de los análisis

propuestos. El aprendizaje de los niños fue medido por los puntajes brutos obtenidos en el test de problemas aplicados del Woodcock-Muñoz. De esta manera, haciendo un análisis lineal multinivel se encontró que las diferencias en los puntajes obtenidos por los niños, se encuentran relacionados con diferencias existentes en las salas. Este hallazgo permite evidenciar el hecho de que una proporción pequeña pero significativa (9.5% $p=.05$) de la variabilidad de los resultados se explica por lo que hace la educadora en su sala. Con base en este resultado, se exploró si la complejidad de las tareas (básicas/avanzadas) tenía incidencia en el puntaje de los niños. De este análisis se desprende que, después de controlar por la proporción de tiempo invertido en las tareas básicas que proponen las educadoras, las salas no difieren en los puntajes obtenidos en la prueba. Pese a que desde la evidencia se ha planteado que el ejercicio de ciertas prácticas pueden tener incluso efectos negativos en el aprendizaje de los niños, el no encontrar una asociación negativa entre las tareas básicas y el aprendizaje de los niños sugiere la importancia que tienen tareas básicas y avanzadas en el desarrollo del pensamiento matemático de los niños en esta etapa. Si bien, por ejemplo, escribir numerales puede no ser una tarea propiamente matemática, el aprendizaje de los códigos culturales posibilita a los niños y niñas acceder a procesos complejos que involucren la manipulación y comunicación de dichos códigos. Esto es particularmente importante tomando en cuenta que en el nivel de prekínder, los niños poseen historiales académicos variados y por ende han tenido experiencias matemáticas diferentes dependiendo si han estado o no en el sistema escolar.

Por otra parte, aunque no se encontró un efecto de las tareas básicas sobre el aprendizaje de los niños, sí se encontró que las tareas avanzadas tienen un efecto positivo, moderado y significativo, sobre el puntaje obtenido por los niños. Esto implicaría que una mayor proporción de tiempo invertido en tareas avanzadas estaría asociado con mayores puntajes en el test de problemas aplicados. Sin embargo, con el fin de explorar el nivel moderador de variables a nivel del niño (como el nivel socioeconómico) se encuentra que no hay un efecto significativo de las tareas avanzadas sobre el puntaje de los niños, una vez se controla por NSE. Tampoco se encontró que haya una relación entre las tareas avanzadas y las puntuaciones de los niños en las pruebas a medida que varía el NSE de los niños. Con todo, los resultados encontrados respecto al efecto de las tareas avanzadas son coincidentes con otras investigaciones (Nguyen et al, 2016) que han encontrado que

tareas avanzadas tienen un fuerte efecto en los resultados de aprendizaje de los niños, incluso hasta el quinto grado.

En síntesis, los resultados sugieren que posiblemente lo que hacen las educadoras si marca diferencias en los resultados de aprendizaje de los niños, sobre todo en lo que respecta al uso de tareas avanzadas. Este hecho es de gran importancia dado que el nivel de prekínder es el primer grado de preescolar obligatorio, a partir del cual se ha evidenciado inician las brechas de logro y aprendizaje de los niños, tomando en cuenta su NSE. Por tal razón, es necesario seguir profundizando en la relación de las prácticas de las educadoras y el aprendizaje de los niños y los efectos que tiene el NSE en la variación de los puntajes en diferentes salas, los cuales no fueron esclarecidos por los análisis propuestos.

V.4. Las buenas prácticas de las educadoras de párvulos

La descripción de buenas prácticas consistió en el último objetivo de la presente investigación. Para ello, se definió la buena práctica como aquella que cuenta principalmente con tareas cognitivamente desafiantes, que tiene al niño como sujeto activo y que cuenta con una variedad de estrategias y representaciones, donde la actividad de resolución de problemas es el principal mecanismo para llegar a la construcción compartida de significados. Tal y como se mostró en los resultados, no se encontraron procesos de enseñanza que cumplieran con los criterios establecidos para una buena práctica. De esta manera, fue necesario hacer un análisis didáctico de los segmentos de clase, donde se pudo observar que aunque hayan tareas avanzadas, no basta con un contenido avanzado para llegar a la idea de buena práctica y tampoco es suficiente con el uso de un contexto de resolución de problemas para que se garantice la riqueza matemática suficiente que estimule de forma genuina el pensamiento matemático de los niños. Esto se debe principalmente al modelo docente tecnicista que prevalece en las salas observadas, lo cual lleva a que la educadora asuma la responsabilidad de la tarea, convirtiéndose así en la principal protagonista del proceso de estudio. Este hecho lleva a que en general, la gestión realizada por la educadora, no permita la producción de técnicas por parte del niño y tampoco se promueva una auténtica actividad matemática, observándose la visión aplicacionista (Barquero, Bosh & Gascón, 2014) de la enseñanza de las matemáticas. En este sentido, en lo que respecta a la gestión de procesos de estudio (específicamente del número) se está ante lo que Lacasta y Whilelmi (2008) denominan como: “una caricatura de las nociones, procesos y significados pretendidos (o

potencialmente admisibles) en la etapa” (p. 3), en la medida que las situaciones problema que se proponen se prestan para un tratamiento superficial y con una menor riqueza conceptual (Chamorro, 2008). De igual forma aunque la resolución de problemas hizo parte de algunas de las prácticas observadas, esta se encuentra trivializada, puesto que se busca partir de ciertas técnicas algorítmicas para posteriormente plantear solo aquellos ejercicios que permiten su entrenamiento para llegar a dominarlas, excluyendo de su repertorio, estrategias de resolución más complejas y no algorítmicas.

Los procesos de estudio así descritos, difícilmente responderán a criterios de buenas prácticas, debido a la limitada actividad matemática del niño, la escasez de desafíos y la sobresimplificación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Aunque la ausencia de buenas prácticas puede resultar un tanto desalentador, esto pone de manifiesto los obstáculos a superar si se quiere lograr una formación matemática de calidad desde los primeros años. En primer lugar, no basta con las indicaciones curriculares para que las educadoras de párvulos desarrollen una actividad matemática con sentido en la educación parvularia. En efecto, la propuesta curricular para el desarrollo de las nociones lógico-matemáticas, es muy general en cuanto a los fines y objetivos y no provee herramientas suficientes a las educadoras para organizar la enseñanza (Friz et al, 2009). En segundo lugar, no es suficiente con enunciar la necesidad de asumir posturas constructivistas en la enseñanza de las matemáticas, para lograr que efectivamente se desarrollen en el aula. De hecho los resultados muestran la persistencia de modelos clásicos, que responden a la enseñanza tradicional y que se fundamentan en modelos epistemológicos tecnicistas, que surgen como respuestas a la reforma de las matemáticas modernas (Gascón, 2001). De esta manera, se puede apreciar que persiste un fenómeno donde se olvidan los auténticos problemas y se reemplazan por la rutinización de técnicas matemáticas, con una total ausencia de sentido.

Para llegar al establecimiento y ejercicio de buenas prácticas en la enseñanza de las matemáticas, es necesario realizar procesos de reflexión profundos, sobre lo que implica enseñar y aprender matemáticas, pero sobre todo lo que implica enseñar y aprender matemáticas en la primera infancia, poniendo en discusión, lo matemático, lo didáctico, lo personal y lo institucional. Las prácticas docentes, están atravesadas por muchos factores y por ello es importante comprender la complejidad del sistema didáctico y sus relaciones con los proyectos sociales y culturales, pues como se observó a lo largo de las situaciones expuestas, actividad matemática de los niños en parvularia responde más a

la adquisición de vocabulario y conocimientos sociales, que a una construcción de conocimientos lógico-matemáticos.

V.5. Limitaciones

Una limitación importante de este estudio es el tipo de muestra. Si bien se incluyeron siete escuelas de diverso nivel socioeconómico para contar con mayor variabilidad, es una muestra por conveniencia y los datos no son representativos de la realidad de la Educación Parvularia en Chile. No obstante, la consistencia de estos resultados con los de otros estudios latinoamericanos sugiere que nuestros resultados pueden reflejar la situación de muchas otras salas a nivel nacional. Estudios futuros podrían explorar las tareas, estrategias e interacciones con muestras más representativas, incluyendo estudios longitudinales que permitan evaluar si estos patrones se mantienen a través del tiempo. Otra limitación consistió en que al ser un estudio secundario de datos, no fue posible recurrir de nuevo a las educadoras para poder observar sus planificaciones o indagar sobre los insumos pedagógicos que emplean para el desarrollo de sus clases. Para futuras investigaciones sería importante vincular la voz de las educadoras mediante el estudio de su logotipo didáctico, con el fin de tener una visión más completa y comprensiva de sus prácticas.

V.6. Conclusiones finales y recomendaciones para la política educativa

En conclusión, esta acotada investigación permite apreciar la necesidad de fortalecer la enseñanza de las matemáticas desde la educación parvularia, con el fin de brindar la oportunidad a niños y niñas de desarrollar habilidades fundacionales que les permitirán afrontar de mejor forma la enseñanza primaria en particular, y en general, las matemáticas escolares. A través del estudio de tareas, estrategias e interacciones que hacen parte de los procesos didácticos, se posibilitó encontrar las fortalezas y desafíos que enfrentan las educadoras a la hora de diseñar y gestionar las experiencias matemáticas, poniendo acento en los conocimientos y habilidades que se necesitan para el desarrollo de prácticas efectivas.

Tal y como señalaron los resultados, la enseñanza de las matemáticas en prekínder se puede caracterizar como la apropiación privada de tareas básicas con una alta dirección de la educadora, lo cual puede estar limitando la actividad matemática de los niños y llevarlos a vivir desde temprana edad, prácticas situadas en un enfoque tradicional que no

posibilitan el desarrollo del pensamiento matemático. Poder describir el modelo de enseñanza en este nivel permite a su vez marcar posibles caminos a seguir, con el fin de generar acciones que impacten en las prácticas de las educadoras. El resultado moderado pero significativo de la influencia de tareas avanzadas en los aprendizajes de los niños, señala una línea de estudio a profundizar a partir del cual pueden surgir aportes tanto para las educadoras en ejercicio como en formación.

Es así como los programas de formación inicial pueden discutir sobre la formación matemático-didáctica de las educadoras de párvulos, incorporando el diseño y análisis de tareas como un foco de estudio que pone en juego conocimientos disciplinares y didácticos necesarios para la enseñanza de las matemáticas. Así, se puede estudiar las tareas que son apropiadas para determinado contenido y empezar a alinearse con la evidencia existente sobre las tareas pertinentes para las competencias matemáticas a desarrollar desde el nivel inicial. De igual forma, se hace necesario tomar en cuenta las estrategias e interacciones que promuevan el pensamiento complejo y que sean apropiadas, tanto para abordaje de las experiencias matemáticas, como para la edad de los niños en etapa parvularia, con el fin de evitar reproducir prácticas escolares que, como reportaron los resultados de este estudio, ya están haciendo parte de estos ambientes.

Asimismo, teniendo en cuenta lo reportado por esta tesis sobre la influencia de las expectativas académicas en las prácticas de las educadoras, es importante desde los programas de formación inicial tomar en cuenta estos factores, con el fin de develar de manera temprana creencias de las educadoras en formación, que como se pudo notar, guardan relación con aquello que realizan en la sala. Aunque no se encontraron relaciones entre la ansiedad matemática y las prácticas, se considera necesario seguir profundizando en este aspecto, con el objetivo de determinar cómo afecta este factor en el diseño y gestión de la enseñanza y por consiguiente en las oportunidades de aprendizaje matemático de los niños.

Por otra parte, si bien las nuevas reformas curriculares consideran el pensamiento matemático, como un núcleo que tiene la resolución de problemas como actividad fundamental para el desarrollo de habilidades matemáticas, es necesario orientar a educadoras en formación y ejercicio, sobre lo que implica una auténtica actividad de resolución de problemas. Para ello es importante proponer ejemplos de buenas clases donde se materialicen y se plasme procesos de estudios desafiantes, donde educadoras y niños (especialmente niños) trabajen de forma conjunta para el logro de los objetivos.

Adicionalmente se pueden diseñar y proveer materiales que ayuden a las educadoras a interpretar las reformas curriculares y que sin el afán de ser prescriptivos, les sirvan como marcos de referencia para la toma de decisiones en la gestión de la clase.

Finalmente, teniendo en cuenta que vivimos en una sociedad que requiere cada vez más del uso de competencias matemáticas, esta tesis pone de manifiesto la importancia de discutir sobre las matemáticas tempranas y la necesidad de matematizar las experiencias del día a día de los niños, con prácticas que representen desafíos y contribuyan al desarrollo del pensamiento matemático desde temprana edad.

VI. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Agencia de la Calidad de la Educación (2013). Gobierno de Chile.
<http://www.agenciaeducacion.cl/simce/resultados-simce/>.

Agencia de la Calidad de la Educación (2014). Gobierno de Chile
<http://www.agenciaeducacion.cl/>.

Agencia de la Calidad de la Educación (2015). Gobierno de Chile
[http://archivos.agenciaeducacion.cl/estudios-
/Evolucion_brechas_socioeconomicas_de_rendimiento_en_pruebas_Simce.pdf](http://archivos.agenciaeducacion.cl/estudios-/Evolucion_brechas_socioeconomicas_de_rendimiento_en_pruebas_Simce.pdf)

Alexander, L., & Martray, C. (1989). The development of an abbreviated version of the Mathematics Anxiety Rating Scale. *Measurement and Evaluation in Counseling and Development*, 22, 143-150.

Alsina, A., Planas, N. (2009). Educación matemática y buenas prácticas: Infantil, primaria, secundaria y educación superior. Barcelona: Editorial Graó.

Álvarez, A. (2013). Demanda cognitiva de las actividades de aprendizaje en la educación preescolar en México. En M. Barrón (presidencia), *Aportes y reflexiones de la*

- investigación para la equidad y la mejora educativas*. Conferencia llevada a cabo en el XII Congreso Nacional de Investigación Educativa COMIE, Guanajuato, México.
- Anders, Y., & Rossbach, H. (2015). Preschool teachers' sensitivity to mathematics in children's play: the influence of math-related school experiences, emotional attitudes, and pedagogical beliefs. *Journal of Research in Childhood Education, 29*(3), 305-322.
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). Mathematics education in the early years: Building bridges. *Contemporary Issues in Early Childhood, 10*(2), 107–121.
- Ashcraft, M., & Kirk, E. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *Journal of experimental psychology: General, 130*(2), 224.
- Aslan D., Gürgeh İ., & Taş, I. (2013). The impacts of preschool teachers' mathematics anxiety and beliefs on children's mathematics achievement. *International Journal of Humanities and Social Science Invention. Volume 2 Issue 7 || July. 2013|| PP.45-49.*
- Balfanz, R., Ginsburg, H., & Greenes, C. (2003). The "Big Math for Little Kids": Early Childhood Mathematics Program. *Teaching Children Mathematics, Vol. 9, No. 5*, pp. 264-268
- Baroody, A. (2000). Research in review: Does mathematics instruction for three- to five-year-olds really make sense? *Young Children, 55*(4), 61-67.
- Baloglu, M., & Kocak, R. (2006). A multivariate investigation of the differences in mathematics anxiety. *Personality and Individual Differences, 40*(7), 1325- 1335.
- Baroody, A., & Dowker, A. (Eds.). (2003). *The development of arithmetic concepts and skills: Constructive adaptive expertise*. Mahwah, NJ: Laurence Erlbaum.
- Barquero, B., Bosch, M., & Gascón, J. (2014). Incidencia del "aplicacionismo" en la integración de la modelización matemática en la enseñanza universitaria de las ciencias experimentales. *Enseñanza de las Ciencias, 32*(1), 83-100.
- Beilock, S, Gunderson, E, Ramirez, G., & Levine, S. (2010). Female teachers' math anxiety affects girls' math achievement. *Proceedings of the National Academy of Sciences, 107*(5), 1860-1863.
- Bessant, K. (1995). Factors Associated with Types of Mathematics Anxiety in College Students. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(4), 327-45.
- Bodovski, K., & Farkas, G. (2007). Mathematics growth in early elementary school: the roles of beginning knowledge, student engagement, and instruction. *The Elementary School Journal, 108*(2), 115-130.

- Bosch, M., & Gascón, J. (2001). Las prácticas docentes del profesor de matemáticas. Recuperado de http://www.ugr.es/~jgodino/siidm/almeria/Practicas_docentes.PDF
- Bosch, M., Espinoza, L., & Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudios. Análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(1), 79- 135.
- Bottia, M., Moller, S., Mickelson, R., & Stearns, E. (2014): Foundations of mathematics achievement: instructional practices and diverse kindergarten students. *Elem Sch J*. doi:10.1086/676950
- Bravo, D., & Contreras, D. (2001). *Competencias básicas de la población adulta* [Basic competencies of the Chilean adult population]. Santiago, Chile: Gobierno de Chile.
- Bryman, A. (2006). Integrating quantitative and qualitative research: How is it done? *Qualitative Research*, 6(1), 97-113.
- Brophy, J, y Good, T. (1970). Teachers' communication of differential expectations for children's classroom performance: Some behavioral data. *Journal of educational psychology*, 61(5), 365—374.
- Bush, W. (1989). Mathematics anxiety in upper elementary school teachers. *School Science and Mathematics*, 89, 499–509.
- Carrillo, J., Contreras-González, L. & Zakaryan, D. (2014). Opportunities to learn and mathematics competences: Two case studies. *Bolema - Mathematics Education Bulletin*. 28. 89-109. 10.1590/1980-4415v28n48a05.
- Cañellas, A., & Rassetto, M. (2013). Representaciones infantiles sobre las notaciones numéricas. *Tecné, Episteme y Didaxis*, 33, 87-101.
- Cardoso, E., Ramos, V., & Cerecedo, M. (2011). Evaluación de la planeación didáctica del campo formativo del pensamiento matemático en educación preescolar. *Revista de Formación e Innovación Educativa Universitaria*. Vol. 4, Nº 4, 221-234
- Centro de Estudios MINEDUC. (2014). Nueva evidencia sobre el impacto de la Educación Parvularia. Serie Evidencias, 3(26), 1-7.
- Centro de Estudios MINEDUC. (2016). Competencias de la población adulta en Chile: Resultados PIAAC. Evidencia nacional e internacional para la Reforma en marcha. Serie Evidencias, 33.
- Cerda, G., Pérez, C., Ortega, R., Lleujo, M., & Sanhueza, L. (2011). Fortalecimiento de competencias matemáticas tempranas en preescolares, un estudio chileno. *Psychology, Society, & Education 2011*, 3(1), pp. 23-39.

- Chamorro, M. (1991). *El aprendizaje significativo en el área de las matemáticas*. Madrid: Alhambra Longman.
- Chamorro, M. (2011). La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículum de Educación Infantil. *Educatio Siglo XXI. Revista de la Facultad de Educación*, v. 29, n. 2, p. 23-40
- Chamorro, M. (2008). La construcción del número natural. En Chamorro, M (Ed.), *Didáctica de la Matemática, Educación Infantil*, (pp. 141-175). Madrid, ES: Pearson.
- Chevallard, Y. (1998). *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique. Traducción de: *La transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné*. París: La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de los didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221-266.
- Clark, C., & Peterson, P. (1986). Teachers' thought processes. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of research in teaching* (3rd ed.) (pp. 255-296). New York: MacMillan.
- Clarke, B., Doabler, C., Baker, S., Fien, H., Jungjohann, K., & Strand Cary, M. (2011). Pursuing instructional coherence. En Gersten, R. & Newman-Gonchar, R. (Eds.) *Understanding RTI in Mathematics. Proven methods and applications* (pp. 49-64), Baltimore, MD: Brookes.
- Clements, D., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum summative research on the building blocks project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(2), 136-163.
- Clements, D., & Sarama, J. (2008). Experimental Evaluation of the Effects of a Research Based Preschool Mathematics Curriculum. *American Educational Research Journal*, 45(2), 443-494.
- Clements, D. & Sarama, J. (2008). *Learning Trajectories in Early Mathematics - Sequences of Acquisition and Teaching*.
- Clements, D., & Sarama, J. (2011). Early Childhood Mathematics Intervention. *Science*, 333, 968-970.
- Climent, N. & Carrillo, J. (2007). El uso del vídeo para el análisis de la práctica en entornos colaborativos. *Investigación en la Escuela* 61, 23-35.
- Creswell, J. (2014). *Research design. Qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. SAGE Publications, Inc.

- D'Achiardi M. (2015). Buenas prácticas pedagógicas en educación parvularia. Algunos aportes para la gestión del currículum. Universidad Alberto Hurtado, Cuaderno de Educación No 67.
- Dearing, E., McCartney, K., & Taylor, B. (2009). Does higher quality early child care promote low-income children's math and reading achievement in middle childhood? *Child Development*, Vol. 80, No. 5, pp. 1329-1349
- De Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*. 11, 59 – 77.
- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23(2), 167-180.
- Dowling, P. (1998). The sociology of mathematics education: Mathematical myths/pedagogic texts. London: Falmer Press.
- Downer, J., Sabol, T., & Hamre, B. (2014). Teacher–Child Interactions in the Classroom: Toward a Theory of Within- and Cross-Domain Links to Children's Developmental Outcomes. *Early Education and Development*, 21:5, 699-723, doi: 10.1080/10409289.2010.497453
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., . . . Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428-1446. doi: 10.1037/0012-1649.43.6.1428
- Engel, M., Claessens, A., & Finch, M. (2013). Teaching Students What They Already Know? The (mis) alignment between mathematics instructional content and student knowledge in kindergarten. *Educational Evaluation and Policy Analysis*. doi: 10.3102/0162373712461850
- Ernest, P. (1994). Variedades de constructivismo: sus metáforas, epistemologías e implicaciones pedagógicas. *Hiroshima Journal of Mathematics education* 2, 1-14. University of Exeter.UK
- Espinoza, L. & Azcárate, C. (2000). Organizaciones matemáticas y didácticas en torno al objeto de límite de función: una propuesta metodológica para el análisis. <http://www.redined.mec.es/oai/indexg.php?registro=005200130180>.
- Espinoza, L., Barbe, F. & Gálvez, G. (2011). Limitaciones en el desarrollo de la actividad matemática en la escuela básica: el caso de la aritmética escolar. *Estudios pedagógicos (Valdivia)*. 37. 105-125. doi:10.4067/S0718-07052011000100006.

- Eyzaguirre, B. & Fontaine, L. (2008). *Las escuelas que tenemos*. Santiago, Chile: Centro de Estudios Públicos.
- Fang, Z. (1996). A review of research on teacher beliefs and practices. *Educational Research*, 38(1), 47-65.
- Fenstermacher, G., & Richardson, V. (2005). On making determinations of quality in teaching. *Teachers College Record*, 107(1), 186-213.
- Fierro, C., Fortul, B. & Rosas, L. (2000). *Transformando la práctica docente. Una propuesta basada en la investigación-acción*. México: Paidós.
- Fisher, K., Hirsh-Pasek, K., Newcombe, N., & Golinkoff, R. (2013). Taking shape: supporting preschoolers' acquisition of geometric knowledge through guided play. *Child Development*, 84(6), 1872-1878.
- French, G. (2013). Early literacy and numeracy matters. From *Journal of early childhood studies*, OMEP, Vol. 7, 31-49.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel.
- Friz, M., Carrera, C. & Sanhueza, S. (2009). Enfoques y concepciones curriculares en la Educación Parvularia. *Revista de Pedagogía*, 30(86), 47-70.
- Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Samuel, M., & Carrera, C. (2009). Concepciones en la enseñanza de la matemática en educación infantil. *Perfiles Educativos*, 31(125), 62-73.
- García, F. & Sierra, T. (2015). Modelos epistemológicos de referencia en el análisis de la actividad matemática en libros de texto: El caso del número en la escuela infantil. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 299- 307). Alicante: SEIEM.
- Garon-Carrier, G., Boivin, M., Lemelin, J., Kovas, Y., Parent, S., Séguin, J., Vitaro, F., Tremblay, R., & Dionne, G. (2018). Early developmental trajectories of number knowledge and math achievement from 4 to 10 years: Low-persistent profile and early life predictors. *Journal of School Psychology*, 68, 84-98. doi: 10.1016/j.jsp.2018.02.004
- Gascón, J. (2001): Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes, *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa: RELIME* (pendiente de publicación).
- Gil, D., & Vicent, C. (2009). Análisis comparativo de la eficacia de un programa lúdico-narrativo para la enseñanza de las matemáticas en Educación Infantil. *Psicothema*, 21(1), 70-75.

- Ginsburg, H., Lee J., & Stevenson, J. (2008). Mathematics education for young children: what it is and how to promote it. *Social Policy Report*, 22(1), 3-24.
- Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-932510-6-2. [155 páginas; 2,6 MB] (Recuperable en, <http://www.ugr.es/local/jgodino/>)
- Goldrine, T., Estrella, S., Olfos, R., Cáceres, P., Galdames, X., Hernández, N., & Medina, V. (2015). Conocimiento para la enseñanza del número en futuras educadoras de párvulos: Efecto de un curso de didáctica de la matemática. *Estudios Pedagógicos*, XLI(1), 93-109.
- Good, T. (1987). Two decades of research on teacher expectations: Findings and future directions. *Journal of Teacher Education*, 38(4), 32—47.
- Good, T., & Brophy, J. (1990). *Educational psychology: A realistic approach* (4th ed.). New York: Longman.
- Guarino, C, Hamilton, L., Lockwood, J., & Rathburn, A. (2006). *Teacher qualification, instructional practices, and reading and math- ematics gains of kindergartners* (NCES 2006-031). Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Guarino, C., Dieterle, S., Bargagliotti, A., & Mason, W. (2013). What can we learn about effective early mathematics teaching? A framework for estimating causal effects using longitudinal survey data. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 6, 164–198. doi:10.1080/ 19345747.2012.706695
- Guiot, M. (2013). Estudio de los comportamientos notacionales en niños preescolares (4 a 6 años) respecto del sistema de notación numérico convencional. México.
- Gresham, G. (2007). A study of mathematics anxiety in pre-service teachers. *Early Childhood Education Journal*, Vol. 35, No. 2. DOI: 10.1007/s10643-007-0174-7
- Hair, J., Anderson, R., Tatham, R. & Black, W. (1999). *Análisis multivariante*, Editorial Prentice Hall.
- Hamre, B., & Pianta, R. (2005). Can instructional and emotional support in the first-grade classroom make a difference for children at risk of school failure? *Child Development*, 76, 949–967.
- Hanson, W., Creswell, J., Plano, V., Petska, K. & Creswell, J. (2005) Mixed methods research designs in counseling psychology. *Journal of counseling Psychology*, 52(2), 224-235. doi: 10.1037/0022-0167.52.2.224

- Hembree, R. (1990). The nature, effects, and relief of mathematics anxiety. *Journal for research in mathematics education*, 21(1), 33–46.
- Herbst, P. (2008). Task that embody knowledge, task that probe teaching. Manuscript – University of Michigan
- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática – 2012, N° 1*, 5 – 22.
- Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2014, 6° edición) *Metodología de la investigación*. México: McGraw-Hill / Interamericana Editores, S.A.
- Hiebert, J., & Grouws, D. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. En Lester, F.(Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, (pp. 371-404). Charlotte, NC: Information Age.
- Hoadley, U. (2008). Social class and pedagogy: a model for the investigation of pedagogic variation. *British Journal of Sociology of Education*, 29(1), 63–78.
- Howes, C., Burchinal, M., Pianta, R., Bryant, D., Early, D., & Clifford, R. (2008). Ready to learn? Children's pre- academic achievement in pre-kindergarten classrooms. *Early Childhood Research Quarterly*, 23, 27–50.
- Huidobro, J. (2007). Desigualdad educativa y segregación en el sistema escolar. Consideraciones a partir del caso chileno. *Pensamiento Educativo*, 40(1), 65-85.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E., Streri, A., & Gallistel, C. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 106(25), 10382-10385.
- Jacobi-Vessels, J., Todd, E., Molfese, V., & Do, A. (2016). Teaching Preschoolers to Count: Effective Strategies for Achieving Early Mathematics Milestones. *Early Childhood Education*, 44:1–9, doi: 10.1007/s10643-014-0671-4
- Jordan, N., Kaplan, D., Oláh, L., & Locuniak, M. (2006). Number sense growth in kindergarten: A longitudinal investigation of children at risk for mathematics difficulties. *Child Development*, 77(1), 153–175. doi:10.1111/j.1467-8624.2006.00862.x
- Jordan, N., Kaplan, D., Ramineni, C., & Locuniak, M. (2009). Early math matters: Kindergarten number competence and later mathematics outcomes. *Developmental Psychology*, 45(3), 850–867. doi:10.1037/a0014939

- Karp, K. (1991). Elementary school teachers' attitudes toward mathematics: The impact on students' autonomous learning skills. *School Science and Mathematics*, 91(1), 265–270.
- Klibanoff, R., Levine, S., Huttenlocher, J., Vasilyeva, M., & Hedges, L. (2006). Preschool children's mathematical knowledge: The effect of teacher "math talk.". *Developmental Psychology*, 42(1), 59-69. doi: 10.1037/0012-1649.42.1.59
- Kotsopoulos, D., Makosz, S., Zambrzycka, J., & McCarthy, K. (2015). The effects of different pedagogical approaches on the learning of length measurement in kindergarten. *Early Childhood Educ J*, 43, 531–539.
- La Paro, K., Pianta, R., & Stuhlman, M. (2004). The Classroom Assessment Scoring System: Findings from the prekindergarten year. *The Elementary School Journal*, 104, 409–426.
- Laski, E., & Siegler, R. (2007). Is 27 a big number correlational and causal connections among numerical categorization. *Child Development*, 78(6), 1723-1743. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01087.x
- Lee, J., & Ginsburg, H. (2009). Early Childhood Teachers' Misconceptions about Mathematics Education for Young Children in the United States. *Australasian Journal of Early Childhood*, 3(4), 37-45.
- Lewis-Presser, A., Clements, M., Ginsburg, H., & Ertle, B. (2015). Big math for little kids: The effectiveness of a preschool and kindergarten mathematics curriculum. *Early Education and Development*, 26(3), 399-426. doi: 10.1080/10409289.2015.994451
- LeFevre, J., Polyzoi, E., Skwarchuk, S. L., Fast, L., & Sowinski, C. (2010). Do home numeracy and literacy practices of Greek and Canadian parents predict the numeracy skills of Kindergarten children? *International Journal of Early Years Education*, 18(1), 55-70.
- Lendínez, E., García, F., & Sierra, T. (2017). La enseñanza del número en la escuela infantil: un estudio exploratorio del logotipo de la profesión. *Journal of Research in Mathematics Education*. 6. 33. 10.17583/redimat.2017.2059.
- Leyva, D., Weiland, C., Barata, M., Yoshikawa, H., Snow, C., Treviño, E., Rolla, A. (2015). Teacher–child interactions in Chile and their associations with prekindergarten outcomes. *Child development*, 86(3), 781-799. <http://dx.doi:10.1111/cdev.12342>.

- Libertus, M., Feigenson, L., Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Developmental Science*, 14(6), 1292-1300 DOI: 10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x
- Lipton, J., & Spelke, E. (2015). Preschool Children's Mapping of Number Words to Nonsymbolic Numerosities. *Child Development*, Vol. 76, No. 5, pp. 978-988
- Magargee, S. & Beauford, J. (2016). Do explicit number names accelerate pre-kindergarteners' numeracy and place value acquisition? *Educational Studies in Mathematics*, 92(2), 179–192. doi: 10.1007/s10649-016-9682-y
- Mashburn, A., Pianta, R., Hamre, B., Downer, J., Barbarin, O., Bryant, D., . . . Howes, C. (2008). Measures of classroom quality in pre-kindergarten and children's development of academic, language and social skills. *Child Development*, 79, 732–749.
- Mazzocco, M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS ONE*, 6(9), 1-9.
- McCray, J., Chen, J. (2012). Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26:3, 291-307, DOI: 10.1080/02568543.2012.685123
- McLaughlin, T., Aspden, K., & Snyder, P. (2016). Intentional Teaching as a Pathway to Equity in Early Childhood Education: Participation, Quality, and Equity. *New Zealand Journal of Educational Studies*, 51(2), 175-195. doi: 10.1007/s40841-016-0062-z
- Melhuish, E., Sylva, K., Sammons, P., Siraj-Blatchford, I., Taggart, B., Phan, M., Malin, A. (2008). Preschool influences on mathematics achievement. *Science* 320, 116. DOI: 10.1126/science.1158808.
- Montes, M., Aguilar-González, A., Carmona, E., Carrillo, J., Contreras-González, L., Climent, N., Escudero, D., Flores-Medrano, E., Flores, P., Huitraco, J., Catalán, M., Rojas, N., Sosa, L., Vasco, D., & Zakaryan, D. (2014). Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas. 10.13140/2.1.3107.4246.
- MINEDUC. (2008). *Bases Curriculares de la Educación Parvularia*. Ministerio de Educación, Santiago de Chile.
- MINEDUC (2010). *Evaluación Diagnóstica Inicia. Resultados Aplicación 2009*. Recuperado de http://www.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/CR_Articulos/RESULTAdOS_inicia_2009.pdf
- MINEDUC (2011). *Informe Evaluación Inicia 2010*. Recuperado desde <http://www.evaluacioninicia.cl>

- MINEDUC (2012). *Informe Evaluación Inicia 2011*. Recuperado desde <http://www.evaluacioninicia.cl>
- MINEDUC. (2013). *Resultados evaluación inicia 2012*. Recuperado de http://www.mineduc.cl/usuarios/mineduc/doc/201308221629100.RESULTADOS_EVALUACION_INICIA.pdf
- MINEDUC. (2013). *Guía didáctica de la Educadora*. Departamento de estudios pedagógicos de ediciones SM. Chile.
- MINEDUC. (2015). *Guía didáctica de la Educadora*. Departamento de estudios pedagógicos de ediciones SM. Chile.
- Mizala, A., Martínez, F., & Martínez S. (2015). Pre-service elementary school teachers' expectations about student performance: How their beliefs are affected by their mathematics anxiety and student's gender. *Teaching and Teacher Education* 50 (2015) 70e78. <http://dx.doi.org/10.1016/j.tate.2015.04.006>
- Morgan, P., Farkas, G. & Maczuga, S. (2014). Which Instructional Practices Most Help First-Grade Students With and Without Mathematics Difficulties?. *Educational Evaluation and Policy Analysis*. 37. 10.3102/0162373714536608.
- Muñoz-Sandoval, A., Woodcock, R., McGrew, K., & Mather, N. (2005). *Batería III Woodcock- Muñoz*. Itasca, IL: Riverside Publishing.
- National Association for the Education of Young Children. (2009). *Developmentally appropriate practice in early childhood programs serving children from birth through age 8*. Washington, DC: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2010). *Principles and standards for school mathematics*. Recuperado de <http://www.nctm.org/standards>
- Nacional Center for Education Evaluation and Regional Assistance (2013). *Instructional Practices and student math achievement: Correlations from a study of math curricula*. Recuperado de <https://ies.ed.gov/ncee/pubs/20134020/>
- National Council for Curriculum and Assesment (2014). *Mathematics in Early Childhood and Primary Education (3–8 years) .Definitions, Theories, Development and Progression*. https://www.ncca.ie/media/1494/math_in_ecp_education_theories_progression_researchreport_17.pdf
- Nguyen, T., Watts, T., Duncan, G., Clements, D., Sarama, J., Wolfe, C., & Spitler, M. (2016). Which preschool mathematics competencies are most predictive of fifth grade achievement? *Early Childhood Research Quarterly*, 36, 550-560. doi: 10.1016/j.ecresq.2016.02.003

- Nikiforidou, Z., & Pange, J. (2010). The notions of chance and probabilities in preschoolers. *Early Childhood Educ J*, 38, 305–311.
- OCDE (2000). Conocimientos y aptitudes para la vida. Primeros resultados del programa internacional de evaluación de estudiantes PISA 2000 de la OCDE. <https://www.oecd.org/pisa/39817007.pdf>
- OCDE (2010). PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I) <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091450-en>
- OCDE. (2014). Resultados PISA 2012 en Foco: lo que los alumnos saben a los 15 años de edad y lo que pueden hacer con lo que saben. OCDE.
- Ormeño, C., Rodríguez, S., & Bustos, V. (2013). Dificultades que presentan las educadoras de párvulos para desarrollar el pensamiento lógico matemático en los niveles de transición. *Educ. [online]*, 6(2), 55-71.
- Palmer, A. (2009). ‘I’m not a “maths-person”!’ Reconstituting mathematical subjectivities in aesthetic teaching practices. *Gender and Education*, 21 (4), 387 - 404.
- Papic, M., Mulligan, J., & Mitchelmore, M. (2011). Assessing the development of preschoolers' mathematical patterning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 42(3), 237-269.
- Pianta, R., LaParo, K., & Hamre, B. (2008). *Classroom Assessment Scoring System™ (CLASS™)*. Baltimore, Maryland: Paul H. Brookes Publishing Co., Inc.
- Piasta, S, Pelatti, C, & Miller, H. (2014). Mathematics and science learning opportunities in preschool classrooms. *Early Education and Development*, 25(4), 445-468. doi:10.1080/10409289.2013.817753
- Phillips, D., Gormley, W., & Lowenstein, A. (2009) *Inside the Pre-Kindergarten Door: Classroom Climate and Instructional Time Allocation in Tulsa's Pre-K Program*, Early Childhood Research Quarterly
- Polly, D., Margerison, A. & Piel, J. (2014) Kindergarten Teachers' Orientations to Teacher-Centered and Student-Centered Pedagogies and Their Influence on Their Students' Understanding of Addition, *Journal of Research in Childhood Education*, 28:1, 1-17, DOI: 10.1080/02568543.2013.822949
- Purpura, D. & Lonigan, C. (2015). Early Numeracy Assessment: The Development of the Preschool Early Numeracy Scales, *Early Education and Development*, 26(2) 286-313. doi 10.1080/10409289.2015.991084

- Preiss, D. (2009). The Chilean instructional pattern for the teaching of language: A video-survey study based on a national program for the assessment of teaching. *Learning and Individual Differences, 19*, 1-11. doi:10.1016/j.lindif.2008.08.004
- Radovic, D. & Preiss, D. (2010). Patrones de discurso observados en el aula de matemática de segundo ciclo básico en Chile. *Psyche, 19*, 65-79.
- Ramani, G., & Siegler, R. (2008). Promoting broad and stable improvements in low-income childrens numerical knowledge through playing number board games. *Child Development, 79*(2), 375-394.
- Ramos, A., & Ojeda, A. (2011). La probabilidad y la estadística en la construcción del pensamiento matemático del niño preescolar. *24*, pp. 61-70. México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.
- Raudenbush, S. & Bryk, A. (2002). *Hierarchical Linear Models*. Thousand Oaks, Calif.: Sage., second edition.
- Richardson, F., & Suinn, R. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of counseling Psychology, 19*(6), 551.
- Rickenmann, R. (s.f.) Metodologías clínicas de investigación en didácticas y formación del profesorado: un estudio de los dispositivos de formación en alternancia. Universidad de Ginebra (Suiza). Recuperado el DÍA de MES de AÑO de: <http://www.unige.ch/fapse/clidi/textos/Clinica-did%Elctica-RR.pdf>
- Rizo, M. (2007). Interacción y comunicación en entornos educativos: Reflexiones teóricas, conceptuales y metodológicas. *Revista da Associação Nacional dos Programas de Pós-Graduação em Comunicação*. www.compos.com.br/e-compos
- Rodríguez, M., Carreño, X., Ochsenius, M., & Muñoz, C. (2015). ¿Cómo se enseñan las matemáticas en aulas chilenas? Un estudio exploratorio del conocimiento pedagógico del contenido de los profesores chilenos. Segundo congreso latinoamericano de medición y evaluación educacional. México.
- Rubie-Davies, C., Hattie, J., & Hamilton, R. (2006). Expecting the best for students: Teacher expectations and academic outcomes. *British Journal of Educational Psychology, 76*, 429-444.
- Rubie-Davies, C. (2007). Classroom interactions: Exploring the practices of high- and low-expectation teachers. *British Journal of Educational Psychology, 77*(2), 289–306. doi:10.1348/000709906x101601

- Ruiz, D. (2008). Las estrategias didácticas en la construcción de las nociones lógico-matemáticas en la educación inicial. *PARADIGMA*, XXIX, 91-112.
- Ruiz-Higueras, L. & García, F. (2011). Análisis de las praxeologías didácticas: implicaciones en la formación de maestros. En M. Bosch, J. Gascón, A. Ruiz Olarría, M. Artaud, A. Bronner, Y. Chevallard, G. Cirade, C. Ladage & M. Larguier (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 431-464). CRM Documents, vol. 10. Bellaterra (Barcelona): Centre de Recerca Matemàtica.
- Ruiz-Higueras, L. (2008). La construcción de los primeros conocimientos numéricos. En M. C. Chamorro (coord.), *Didáctica de las Matemáticas para Educación Infantil* (pp. 181-219). Madrid: Pearson Educación.
- Sarama, J. & Clements, D. (2009). *Early childhood mathematics education research. Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge.
- Schrank, F. (2006). Specification of the cognitive processes involved in performance on the Woodcock- Johnson III (Assessment Service Bulletin No. 7). Itasca, IL: Riverside Publishing.
- Serres, Y. (2007). *El rol de las prácticas en la formación de docentes de matemáticas* [Tesis de doctorado inédita]. México, D.F.
- Sierra, T. (2006). *Lo matemático en el diseño y análisis de organizaciones didácticas. Los sistemas de numeración y la medida de magnitudes*. (Tesis doctoral). Universidad Complutense de Madrid. Madrid.
- Skwarchuk, S. (2009). How do parents support preschoolers' numeracy learning experiences at home? *Early Childhood Education Journal*, 37(3), 189-197. doi: 10.1007/s10643-009-0340-1
- Socas, M., y Camacho, M. (2003). Conocimiento matemático y enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria. Algunas reflexiones. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, Vol X, N° 2, 151-171.
- Stein, M., Grover, B., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33, 455-488.
- Stein, M., & Lane, S. (1996). Instructional Tasks and the Development of Student Capacity to Think and Reason: An Analysis of the Relationship between Teaching and Learning in a Reform Mathematics Project. *Educational Research and Evaluation*, 2(1), 50-80.

- Stipek, D., Givvin, J., Salmon, J. & MacGyvers, V. (2001). Teachers' beliefs and practices related to mathematics instruction *Teaching and Teacher Education* 17 (2001) 213-226.
- Stipek, D. (2004). Teaching practices in kindergarten and first grade: Different strokes for different folks. *Early Childhood Research Quarterly*. 19. 548-568. 10.1016/j.ecresq.2004.10.010.
- Strasser, K., Lissi, M., & Silva, M. (2009). Gestión del tiempo en 12 salas chilenas de kindergarten: Recreo, colación y algo de instrucción. *Psyche*, 18(1), 85–96. doi:10.4067/s0718-22282009000100008
- Szilágyi, J., Clements, D., & Sarama, J. (2013). Young childrens understanding of length measurement evaluating a learning trayectory. *Journal for Research in Mathematics Education*, 44(3), 581-620.
- Tsamir, P., Tirosh, D., Levenson, E., Barkai, R., & Tabach. M. (2014). Early-years teachers' concept images and concept definitions: triangles, circles, and cylinders. *ZDM Mathematics Education* (2015) 47:497–509. DOI 10.1007/s11858-014-0641-8
- Treviño, E., Toledo, G., & Gempp, R. (2013). Calidad de la educación parvularia: las prácticas de clase y el camino a la mejora. *Pensamiento Educativo. Revista de Investigación Educativa Latinoamericana*, 50(1), 40-62
- Treviño, E., Varela, C., Romo, F., & Núñez, V. (2015). Presencia de lenguaje académico en las educadoras de párvulos y su relación con el desarrollo del lenguaje de los niños. *Calidad en la educación*, 43, 137-168
- Vanmarle, K., Chu, F., Li, Y., & Geary, D. (2014). Acuity of the approximate number system and preschoolers' quantitative development. *Developmental science*. 17. doi:10.1111/desc.12143.
- Villalta, M., & Martinic, S. (2009). Modelos de estudio de la interacción didáctica en la sala de clases. *Investigación y Postgrado*, 24(2), 61-76
- Villarroel, J., Miñón, M., & Nuño, T. (2011). The origin of counting: A study of the early meaning of 'one', 'two' and 'three' among Basque-and Spanish-speaking children. *Educational Studies in Mathematics*, 76(3), 345-361.
- Warren, E., Miller, J., & Cooper, T. (2012). Repeating patterns: Strategies to assist young students to generalise the mathematical structure. *Australasian Journal of Early Childhood*, 3, 111 – 120

Wynn, K. (2000). Findings of addition and subtraction in infants are robust and consistent: Reply to Wakeley, Rivera, and Langer. *Child Development*, 71(6), 1535-1536.

Zacharos, K., Koustourakis, G., & Papadimitriou, K. (2014). Analysing the implemented curriculum of mathematics in preschool education. *Math Ed Res J* 26, 151–167. DOI 10.1007/s13394-013-0086-3

Zacharos, K., Koliopoulos, D., Dokimaki, M., & Kassoumi, H. (2007) Views of prospective early childhood education teachers, towards mathematics and its instruction. *European Journal of Teacher Education*, 30(3), 305–318. DOI: 10.1080/02619760701486134

VII. ANEXOS

Anexo 1: resultados cuestionario de expectativas académicas

Ítem del cuestionario	\bar{X}	S	Rango
Contar hasta 10	4.66	0.59	2-3
Contar hasta 100	2.11	0.96	1-4
Leer números escritos hasta el 100	2.05	0.8	1-3
Realizar sumas sencillas (ej. 2+2)	4.05	0.99	2-5
Contar hasta 1000	1.77	0.87	1-4
Realizar multiplicaciones (ej. 2x6)	1.38	0.60	1-3
Finalizar una tarea	4.61	0.77	2-5
Tomar turnos y compartir	4.83	0.51	3-5
Tener buenas habilidades de resolución de problemas	4.61	0.60	3-5
Que se siente tranquilo y preste atención	4.05	0.87	3-5
Que siga instrucciones	4.55	0.61	3-5
Que comunique sus necesidades, deseos y pensamientos verbalmente	4.83	0.38	4-5

Anexo 2: resultados cuestionario de ansiedad matemática

Ítem del cuestionario	\bar{X}	S	Rango
Rendir una prueba de matemática	3.11	1.56	1-5
Pensar en una prueba de matemática un día antes de darla	3.05	1.51	1-5
Estudiar para una prueba de matemática	2.72	1.60	1-5
Resolver una guía de matemáticas	2.33	1.41	1-5
Pensar en una prueba de matemática una semana antes de rendirla	2.33	1.49	1-5
Estar en clase de matemáticas	2.38	1.57	1-5
Salir al pizarrón a resolver un ejercicio	3.16	1.61	1-5
Calcular el vuelto al comprar algo	1.88	1.56	1-5

Anexo 3: pauta de observación de clases

No trabajo matemático

No trabajo matemático (NTM)	<ol style="list-style-type: none">4. Ruido, interrupción, regulación de conducta.5. Organización de la actividad: entrega de materiales, instrucciones y directrices que no involucren un concepto matemático).6. Fin de la clase (gracias por venir, nos ordenamos para el recreo, guarden materiales).
-----------------------------	---

Tareas Matemáticas

Eje	Dimensión	N. ítem	Descripción de indicadores
Números y operaciones	1. Conteo verbal (nCV)	3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Contar la cantidad de elementos de un conjunto (niños, niñas, sillas, etc.) verbalmente menor que diez (cv/conteo verbal-10). 2. Contar la cantidad de elementos de un conjunto (niños, niñas, sillas, etc.) verbalmente mayor que diez (cv/conteo verbal+10). 3. Contar partiendo desde el 1 hasta el número que sepan (rn/recitar número).
	2. Mantener la correspondencia 1 a 1 (nC 1-1)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Relacionar el numeral con la cantidad de objetos que representa, con números menores o iguales que 10 (nc/número cantidad-D). 2. Relacionar una cantidad de objetos con el numeral que los representa, con números menores o iguales que diez (cantidad número-D). 3. Relacionar el numeral con la cantidad de objetos que representa, con números mayores que 10 (NC/número cantidad+D). 4. Relacionar una cantidad de objetos con el numeral que los representa, con números mayores que diez (CN/cantidad número+D).
	3. Reconocimiento de número (nRN)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Escribir números menores o iguales que diez (ej: seguir el trazo de un número, formar números con plastilina, etc.)(en/escritura número-D). 2. La educadora propone tareas de escritura de números mayores que diez (ej: seguir el trazo de un número, formar números con plastilina, etc.) (EN/escritura número +D). 3. Elejir, escojer o buscar un determinado número (en la pizarra, en láminas, ppt, etc.) (bn/buscar números). 4. Reconocer el siguiente número en una secuencia (rs/reconocer sucesor).
	4. Subitización perceptual	1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mostrar una ficha o un arreglo de hasta cinco elementos por un breve tiempo y preguntar, cuántos hay (sp/S perceptual).
	5. Conteo con cardinalidad (nCC)	3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Contar los elementos de un conjunto y decir cuántos hay (cc/conteo cardinalidad). 2. Construir conjuntos de elementos según un número dado (juntar 5 lápices, recoger 4 sillas, tomar 3 dulces) (ac/armar conjuntos) 3. Comparar la cantidad de elementos de dos conjuntos para determinar sus relaciones (más que, menos que o iguales) (dr/determinar relaciones).
	6. Conteo hacia delante y hacia atrás desde un número dado (nCAA)	1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Contar a partir de un número dado (eje: contar hasta 10 partiendo en 4) (caa/conteo adelante-atrás).

	7. Subitización conceptual	2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mostrar fichas o arreglos numéricos que forman un patrón, por un breve tiempo y preguntar cuántos hay (por ejemplo, el patrón del cinco en un dado mostrarlo rápidamente y que digan cinco, un rectángulo de 2x2 y que digan cuatro, etc)(an/arreglo numérico). 2. Identificar un número como la composición de partes y a su vez como un todo (por ejemplo, de cuántas maneras puedo armar el cinco con estos bloques, 4+1, 3+2, etc. Diferenciando cada vez la partición) (cn/composición de números).
	8. Operaciones (nOP)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Juntar elementos (suma) de un conjunto para determinar un total (je/juntar elementos). 2. Quitar elementos (resta) de un conjunto para determinar un total (qe/ quitar elementos). 3. Completar los elementos en un conjunto para llegar a un total determinado (ce/completar elementos). 4. Realizar cálculos mentales (cm/cálculo mental).
Geometría y patrones	9. Reconocimiento de figuras básicas y cuerpos (gRF)	1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer figuras geométricas (cuadrado, rectángulo, círculo, etc.) en su forma prototípica (p.e., pintar de verde los círculos, de rojo los cuadrados y de azul los rectángulos) (fp/figuras prototipo). 2. Reconocer algunos cuerpos geométricos (cubo, esfera, paralelepípedo) (rc/reconocer cuerpos).
	10. Repetición de patrones (gRP)	2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reproducir patrones orales o auditivos (p.e. hace sonidos con las palmas y pide a los niños que lo repitan)(po/patrones orales). 2. Repetir patrones de la forma A-B-A-B-A-B o ABBABBA (p.e. en una fila de círculos y triángulos, aparecen el círculo azul y triángulo amarillo, seguir coloreando hasta terminar la fila) (rp/repetición de patrones).
	11. Análisis de figuras básicas y cuerpos (gAF)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer figuras geométricas en su forma no prototípica (cuadrado, rectángulo, círculo), identificando sus elementos característicos (ángulos, lados, etc.) (np/no prototipo). 2. Crear y construir figuras geométricas. (p.e., utilizando palitos construir un triángulo)(cf/construcción figuras). 3. Descomponer figuras geométricas en otras más sencillas (un rectángulo en dos triángulos, un cuadrado en dos rectángulos, etc) (df/descomponer figuras). 4. Replicar construcciones o completar puzzles (p.e., completar un puzzle con tangramas) (rc/replicar construcciones).
	12. Reproducción y duplicación de patrones (gDP)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Duplicar un patrón de la forma AB con diversos elementos (p.e. tengo este patrón círculo-cuadrado, ahora ustedes hagan uno similar)(dp/duplicar patrones AB). 2. Duplicar patrones simples sin necesidad de un modelo dado (Dado un patrón ABBABBABB, construye su propio ABBABBABB en un lugar diferente) (psm/patrones sin modelo). 3. Extender patrones simples, añadiendo la unidad de repetición (Dados los objetos en una fila ABBABBABB, añade ABBABB al final de la fila) (ep/extender patrón).

			4. Identificar el elemento faltante en un patrón incompleto (ef/elemento faltante).
Conciencia espacial y movimiento	13. Señalar la posición relativa de objetos (eSR)	3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Señalar la posición adelante, atrás de objetos o elementos observados (en una lámina, con objetos o cualquier otro elemento). (p.e. colorea de verde la pelota detrás del árbol) (sp/señalar posición). 2. Señalar la ubicación (dentro-fuera, encima-debajo) de objetos o elementos observados (en una lámina, con objetos o cualquier otro elemento). (p.e. colorea los objetos que encima y tacha los que están debajo) (su/señala ubicación) 3. Señalar la distancia (cerca-lejos) de objetos o elementos observados (en una lámina, con objetos o cualquier otro elemento) (p.e. colorea de rojo la pelota que está cerca de la casa) (sd/señalar distancia).
	14. Describir la posición relativa de objetos (eDR)	2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Describir la ubicación de un objeto o animal en relación a puntos concretos de referencia (p.e. El perro está cerca o lejos de la casa, la pelota está dentro o fuera del arco) (du/describir ubicación). 2. Determinar dónde hay mayor o menor distancia al desplazarse, en relación a puntos concretos de referencia como, por ejemplo: al trasladar objetos a distintos puntos de la sala (dd/determinar distancia).
Medida	15. Medida de longitud por comparación directa (mCD)	1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comparar directamente dos objetos para determinar la longitud (compara directamente para determinar cuál es más ancho o más largo, más grande más pequeño, cuerdas, maderas, libros, lápices, mesas)(cd/comparación directa).
	16. Medida de longitud por comparación indirecta y unidades no convencionales (mCI)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Comparar elementos para medir su longitud con un tercero (del mismo tipo) y determinar quien es más largo o más ancho (CI/comparación indirecta). 2. Utilizar unidades no convencionales para determinar la longitud de objetos (caja, libros), (palmas, dedos), empleando vocabulario pequeño, grande, más largo, más ancho (nc/no convencionales). 3. Experimentar con la capacidad llenando y vaciando recipientes llenos con arena, agua u otro elemento, empleando vocabulario vacío, lleno (ec/experiencia capacidad). 4. Experimentar con el peso de objetos utilizando balanzas u otros elementos para determinar un objeto más pesado, más liviano o la igualdad de peso (experiencia peso).
Secuenciación y tiempo	17. Reconocimiento oral de secuencias de tiempo (sRT)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Reconocer los días de las semana y señalar en el calendario (sdo/semana días oral) oralmente. 2. Reconocer los meses del año y señalar en el calendario oralmente (mo/meses oral). 3. Reconocer las estaciones del año y señalar en fichas oralmente (eo/ estaciones oral). 4. Decir oralmente una secuencia de eventos cotidianos (p.e. cuenta que hiciste antes de llegar al colegio, que haces ahora y que harás después) (so/secuencia oral).

	18. Organización de secuencias de tiempo (sOT)	2	<ol style="list-style-type: none"> 1. Ordenar secuencias temporales (p.e. pone a ordenar láminas donde aparece un niño con uniforme, un niño en la cama y un niño en la ducha y pide que ordene la secuencia de eventos) (os/ordenación secuencias). 2. Ordenar una secuencia temporal incompleta dibujando los eventos faltantes (p. e. Propone una secuencia con cuatro cuadros en algunos hay imágenes y otros están vacíos y pide a los niños dibujar las imágenes faltantes en el orden correspondiente) (cs/completar secuencia).
Azar y Datos	19. Reconocimiento de gráficos y agrupación (aRG).	3	<ol style="list-style-type: none"> 1. Visualizar gráficos que representan frecuencias de hechos cotidianos de la sala (días soleados vs días nublados). 2. Completar gráficos que representan frecuencias de hechos cotidianos de la sala (días soleados vs días nublados) (cg/ completar gráficos). 3. Agrupar dentro de una misma categoría objetos de acuerdo a un atributo sin moverse a una nueva regla (Por ejemplo, en figuras geométricas agrupar por color pero no por forma, el mismo atributo cada vez).
	20. Uso e interpretación de gráficos y ordenación/ clasificación(aUG)	4	<ol style="list-style-type: none"> 1. Interpretar la información proveniente de diversos diagramas de frecuencias u otros gráficos empleados para el registro de la información relevante del entorno (p.e. ¿durante esta semana hemos tenido más días nublados o soleados?) (II/interpretar información). 2. Ordenar y/o clasificar objetos de acuerdo a sus atributos formando categorías, pero cambiando cada vez reglas de clasificación (p.e. agrupar las figuras roja, luego todos aquellos que son triángulos, poner perlas rojas o poner perlas de colores). 3. Ordenar datos en tablas o gráficas (p.e. ordenar los bloques lógicos y construir un diagrama con ellos representado su frecuencia) (od/organización de datos). 4. Responder preguntas para recoger datos y organizarlos (p.e. ¿cuántos niños con lentes tenemos en la sala?) (rp/responder preguntas).
	21. Incertidumbre (aI)	1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Realizar predicciones (p.e. cómo será el clima mañana, si lanzo esta moneda que lado quedará hacia arriba, si lanzo un dado en que número creen que caerá) (p/predicción).
	22. Juegos de estrategia	1	<ol style="list-style-type: none"> 1. Corresponde a las actividades basadas en juegos pero con múltiples temas o contenido y que se desarrollan de manera individual.

Estrategias didácticas

Organización social de la clase (OSC)	<ol style="list-style-type: none"> 1. La educadora dirige tareas que se desarrollan con el grupo completo. 2. La educadora dirige tareas que se desarrollan en grupos pequeños. 3. La educadora dirige actividades que se desarrollan de manera individual. 4. La educadora propone el desarrollo de las tareas matemáticas en conjunto con un compañero. 5. La educadora propone el desarrollo de las tareas matemáticas en grupos de habilidades mixtas.
Recursos	<ol style="list-style-type: none"> 1. La educadora propone el uso de material concreto (bloques, maderas, objetos en general e incluso los niños como material) para enseñar matemáticas. 2. La educadora propone el uso de juegos matemáticos. 3. La educadora hace uso de música para enseñar matemáticas. 4. La educadora hace uso de movimiento para enseñar matemáticas. 5. La educadora hace uso de guías/libros de trabajo para enseñar matemáticas 6. La educadora hace uso de la pizarra para enseñar matemáticas.
Uso de preguntas (UP)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Oraciones afirmativas. 2. Se proponen preguntas cerradas (una posible respuesta y solo esa es correcta). 3. Se proponen preguntas abiertas (diferentes respuestas son aceptables).
Intercambios	<ol style="list-style-type: none"> 1. La educadora dirige un habla pública (con el grupo completo) de exposición de ideas matemáticas sin intervención de los niños. 2. La educadora dirige un habla pública (con el grupo completo) de preguntas y respuestas a un niño o al grupo entero. 3. La educadora dirige un habla privada (individual o grupos pequeños) con un niño o en grupos pequeños. 4. La educadora promueve la discusión entre pares de las ideas matemáticas de la clase.